THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

Le Titre de DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Lionel TACCOEN
Ingénieur Civil du Génie Maritime

1re THÈSE : **Contribution à l'étude de la diffusion turbulente de la chaleur dans un tube cylindrique circulaire lisse**

2e THÈSE : **Étude des phénomènes d'entrées (dynamiques et thermiques) en écoulement turbulent dans un tube lisse**

Soutenues le 2 mai 1966 devant la Commission d'examen

MM.	FORTIER	Président
	SIESTRUNCK VICHNIEVSKY	Examinateurs
	MILLIAT	Invité

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

Le Titre de DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Lionel TACCOEN

Ingénieur Civil du Génie Maritime

1re THÈSE : **Contribution à l'étude de la diffusion turbulente de la chaleur dans un tube cylindrique circulaire lisse**

2e THÈSE : **Étude des phénomènes d'entrées (dynamiques et thermiques) en écoulement turbulent dans un tube lisse**

Soutenues le 2 mai 1966 devant la Commission d'examen

MM. FORTIER		Président
SIESTRUNCK VICHNIEVSKY	}	Examinateurs
MILLIAT		Invité

UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

Professeurs

Le Doyen
M. ZAMANSKY

MM.	PRENANT	T Anatomie & histologie comparée
	GRASSE	T Evolution des êtres organisés
	PREVOST	T Chimie organique
	WYART	T Minéralogie & cristallographie
	TEISSIER	T Zoologie
	AUGER	T Physique quantique & relativité
	MONNIER	T Physiologie générale
	PIVETEAU	T Paléontologie
	ROCARD	T Physique E.N.S.
	CARTAN	T Mathématiques E.N.S.
	LAFFITTE	T Chimie générale
	N...	T Géométrie supérieure
	COULOMB	T Physique du globe
Mlle	COUSIN	T Biologie animale SPCN
MM.	CHRETIEN	T Chimie minérale
	BOCQUET	T Zoologie
	KASTLER	T Physique E.N.S.
	EPHRUSSI	T Génétique
	GAUTHERET	T Biologie végétale CPEM
	LUCAS R.	Recherches physiques
	THOMAS A.	T Biologie cellulaire
	MORAND	T Physique enseignement
	SOLEILLET	T Physique CPEM
	FORTIER	T Mécanique expérimentale des fluides
	DRACH	T Zoologie
	QUENEY	T Météorologie & dynamique de l'atmosphère
	GALLIEN	T Embryologie
	EICHHORN	T Botanique
	DE CUGNAC	T Biologie végétale SPCN
Mlle	CAUCHOIS	T Chimie physique
MM.	THELLIER	T Physique du globe
	PONCIN	T Mécanique générale
	DUBREIL	T Arithmétique & théorie des nombres
	QUELET	T Chimie organique
	CAGNIARD	T Géophysique appliquée
	CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire
	CUVILLIER	T Micropaléontologie
	JUNG	T Géologie
	TRILLAT	T Microscopie & diffraction électronique
	WIEMANN	T Chimie organique & structurale
	VASSY	T Physique de l'atmosphère
	DESTOUCHES	T Théorie physique
	AMIEL	T Chimie générale
	HOCART	T Minéralogie & cristallographie
	J.P. MATHIEU	T Physique optique
	COUTEAUX	T Cytologie
	CHOQUET	T Théorie des fonctions & topologie
	FELDMANN	T Biologie végétale marine
	JOST	T Physiologie comparée
	FORTET	T Calcul des probabilités & physique mathématiques
	SCHWARTZ	T Calcul différentiel & intégral
	CHOUARD	T Physiologie végétale
	MALAVARD	T Aviation (technique aéronautique)
	BRELOT	T Analyse supérieure
	NORMANT	T Synthèse organique
	BENARD	T Chimie appliquée
	DUGUE	T Statistique mathématique
	SOULAIRAC	T Psychophysiologie
	ULRICH	T Physiologie végétale appliquée
	KIRRMANN	T Théories chimiques
	CHADEFAUD	T Botanique
Mlle	LE BRETON	T Physiologie de la nutrition
MM.	LELONG	T Application de l'analyse à la géométrie
	DEVILLERS	T Anatomie & histologie comparées
	EHRESMANN	T Topologie algébrique
	FRANÇON	T Physique SPCN
	GLANGEAUD	T Géographie physique, géologie dynamique
	DODEMENT	T Mathématiques MGP
	PISOT	T Technique mathématique de la physique
	ROCH	T Géologie
	SCHATZMANN	T Astrophysique
	TERMIER	T Géologie générale
	ZAMANSKY	T Mathématiques générales
	LENNUIER	T Physique M.G.P.
	ROUTHIER	T Géologie appliquée
Mme	TONNELAT	T Physique théorique
MM.	DIXMIER	T Mathématiques M.P.C.
	SOUCHAY	T Chimie générale
	AIGRAIN	T Electrotechnique
	BRUSSET	T Chimie systématique
M.	LEVY	T Physique théorique des hautes énergies
Mme	CHAIX	T Chimie biologique
	HUREL PY	T Biologie végétale CPEM
MM.	PANNETIER	T Chimie générale I
	BRUN	T Mécanique des fluides I
Mme	DUBREIL	T Mathématiques (Agrégation)
Mme	LELONG	T Mathématiques II E.N.S.
MM.	BELLAIR	T Géologie S.P.C.N.
	COTTE	T Physique électricité
	DUBOIS J.E.	T Chimie organique physique
	LAMOTTE	T Zoologie E.N.S.
	OLMER	T Energétique générale
	GAUTHIER	T Mécanique appliquée
	BARCHEWITZ	T Chimie physique
	BROSSEL	T Physique atomique
	BUSER	T Physiologie comparée
	CAMUS	T Physiologie végétale
	CURIEN	T Minéralogie & cristallographie
	POSSOMPES	T Zoologie
	PULLMANN	T Chimie quantique
	TEILLAC	T Physique nucléaire & radio-activité
	VILLE	T Econométrie
	WILLEMART	T Chimie CPEM
	FREYMANN	T Recherches physiques
	ROLLET	T Chimie minérale
Mlle	JOSIEN	T Chimie SPCN
MM.	CHEVALLEY	T Géométrie algébrique & théorie des groupes
	GERMAIN	T Mécanique théorique des fluides
	LUCAS G.	T Géologie
	ALLARD	T Chimie physique
	BERTHELOT	T Physique des particules fondamentales
	BRICARD	T Météorologie
Mme	ALBE-FESSARD	T Psycho-physiologie
MM.	JULIA	T Etude des molécules naturelles complexes
	MAGAT	T Physico-chimie des rayonnements
Mlle	QUINTIN	T Electrochimie
MM.	MONOD	T Chimie du métabolisme
	DE POSSEL	T Analyse numérique
	CHARLOT	T Chimie analytique
	CHATELET	T Chimie CPEM
	MATTLER	T Physique SPCN
	BOUISSIERES	T Radiochimie
Mme	COUTURE	T Thermodynamique & mécanique physique
MM.	FRANC	T Biologie animale CPEM
	SCHNELL	T Botanique tropicale
	STOLKOWSKI	T Physiologie générale
	ACHER	T Chimie biologie
	BAUDOIN	T Biologie animale CPEM
	BEAUMONT	Biologie animale SPCN
	BLAMONT	Géophysique ionosphère
	BOUREAU	T Botanique
	CURIE D.	Physique MGP
	DURAND DELGA	T Géologie
	HELLER	T Physiologie végétale
	TORTRAT	T Calcul des probabilités
	CAILLEUX	T Géologie SPCN
	MAGNAN	Physique électricité
	DAUDEL	T Mécanique ondulatoire
Mlle	FOURCROY	Biologie végétale SPCN
Mme	CHOQUET BRUHAT	Mécanique analytique & mécanique céleste
Mlle	VEIL	T Physiologie générale
MM.	LWOFF	T Microbiologie
	SIESTRUNCK	T Mécanique physique & expérim.
	CABANNES	T Mécanique générale
	CAIRE	T Géographie physique & géologie dynamique
	COMOLET	Mécanique des fluides
	DELLOUE	T Physique de l'exosphère
	HOUILLON	Biologie animale CPEM
	OLIVIER	Anthropologie
	SAMUEL	T Mathématiques (ENS Jeunes filles)
	THIRY	T Mécanique céleste
	ABELES	T Physique SPCN
	AMAT	T Thermodynamique
	AUBOIN	T Géologie
Mme	BENOIT-GUEUTAL	T Physique nucléaire & radio-activité
M.	BOUGIS	Biologie végétale marine Villefranche s/Mer
MM.	RIGAUDY	T Chimie SPCN
	COLLONGUES	Chimie CPEM
	DUBERT	Biochimie
	NOZIERES	Physique générale
	CADIOT	Chimie organique
	IVANOFF	Océanographie physique
	FRANÇOIS	Zoologie
	TALBOT	Génie chimique
Mme	NOUGAREDE	Botanique
MM.	BRUHAT	T Mathématiques MPC
	FOURNET	Electricité générale
	DEHEUVELS	T Mathématiques propédeutique
	FURON	T Géologie SPCN
Mme	GANS	T Génétique
MM.	GENEVES	Biologie végétale CPEM
	HUPE	T Pétrographie
	HOLLANDE	T Biologie générale
	LIONS	T Analyse numérique
	MAITTE	T Chimie organique
	NICOLAS	Géologie appliquée
	PANIGEL	Biologie générale
	RAVIER	T Pétrographie
	MOREL F.	T Physiologie comparée
	ROSEAU	T Mécanique théorique des fluides
	ROUBINE	Electronique E.S.E.
	SILBER	T Chimie CPEM
	UEBERSFELD	T Electronique
	HERVE	T Théories physiques
		T Mathématiques
Mme	PECKER-WIMEL	T Astrophysique
MM.	BALKANSKI	Physique M.P.C.
	LE CORRE	T Electricité
	NATAF	T Physique nucléaire & radio-activité
	ECHALIER	Biologie animale CPEM
	BARRAUD	T Physique CPEM
	DARS	Géologie structurale & appliquée
	CAMEFORT	T Botanique (agrégation)
	VICHNIEWSKY	T Mécanique industrielle
	SIGWALT	T Chimie SPCN
	BLAQUIERE	Electronique
	BARUCH	Physique propédeutique
	ARNOUS	T Physique théorique
	SLONIMSKI	Génétique
	MALLIAVIN	T Mathématiques propédeutique
	GAUDEMAR	Chimie propédeutique
	BROUSSE	T Mécanique théorique
	ROSCH	T Astronomie
	GUY	T Physique expérimentale
	LAZARD	Mathématiques MPC
	MOREL P.	Physique MPC
	ARSAC	Programmation
	LEFEBVRE	Chimie MPC
	BOK	Physique propédeutique
	CHAPEVILLE	Biochimie
	BENOIT	Physique CPEM
	RIO	Chimie CPEM
	JAUZEIN	Géologie ENS
	PREVOST G.	Biologie végétale CPEM
	FAVARD P.	Biologie animale CPEM
Mme	CHARNIAUX-COTTON	Evolution des êtres organisés
Mlle	FICINI	Chimie CPEM
MM.	LEQUEUX	Astronomie
	COHEN TANNOUDJI	Physique atomique
	TAVERNIER	Physique CPEM
	DURAND Michel	Biologie animale SPCN
	PASCAUD	Physiologie
Mme	PETIT	Biologie animale CPEM
MM.	CAGNAC	Physique agrégation
	FALK-VAIRANT	Physique nucléaire
	KRASNER	T Mathématiques
	BENZECRI	T Statistiques
	VINH MAU	Physique M.G.P.
	DUQUESNES	Physique CPEM
	SCHUTZENBERGER	Programmation
	TREMILLON	Chimie MPC
	FAYARD	Chimie MPC
	BUVET	Chimie CPEM
	AUTHIER	Physique MPC
	PICINBONO	T Physique CPEM
	BONNEFILLE	Electrotechnique
Mme	PUISEUX DAO	Biologie végétale

UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY

Professeurs

MM.	MANGENOT G.	T Biologie végétale
	JACQUINOT P.	T Optique
	GUINIER A.	T Electricité & physique des solides
	GRIVET P.	T Electronique
	BLANC	
	LAPIERRE A.	T Accélérateur linéaire
	L'HERITIER P.	T Génétique des virus
	LEMEE G.	T Ecologie végétale
	MOYSE A.	T Physiologie végétale
	DODE M.	T Chimie thermodynamique
	DENY J.	T Mathématiques
	RIVIERE A.	T Géologie générale & sédimentologie
	MICHEL A.	T Chimie minérale
	MAY R.	T Anatomie comparée
	DELANGE H.	T Mathématiques
	CHAPELLE J.	T Physique expérimentale
	LACOMBE P.	T Métallurgie
	BENOIT P.	T Physiologie générale
	GUINOCHET J.	T Biologie végétale SPCN
	NERON A.	T Mathématiques
	NOZERAN R.	T Botanique approfondie
	CASTAING R.	T Thermodynamique
	ELLENBERGER F.	T Géologie structurale
	LEDERER E.	T Chimie biologique
	RIZET J.	T Génétique
	LENDER T.	T Biologie animale SPCN
	POITOU G.	T Mathématiques
	FREON P.	T Chimie organique
	TONNELAT	T Biologie physico-chimique
	BRUNN Jan	T Géologie historique
	JEAN M.	T Physique nucléaire
MM.	BERGERARD J.	T Zoologie
	ROGER J.	T Paléontologie
	LEFORT M.	T Chimie nucléaire
	LAGARRIGUE A.	T Physique des hautes énergies
	JULLIEN J.	T Chimie structurale organique
	ARNULF A.	T Optique
	ROUAULT M.	T Diffraction électronique
	MARECHAL A.	T Optique théorique et appliquée
	MAZET R.	T Mécanique générale
	DAVID Serge	T Chimie agrégation
	GUERIN H.	T Chimie des gaz et des combustibles
	LESIEUR L.	T Mathématiques MPC et algèbre
	KOURGANOFF	T Astronomie
	ARNOULT P.	T Physique électronique
	KAHANE J.P.	T Mathématiques
	BROCHARD J.	T Physique propédeutique
Mme	ROIZEN	T Physique C.P.E.M.
MM.	BERTEIN F.	T Electronique
	MALGRANGE B.	T Mathématiques
	CORABOEUF E.	T Physiologie animale
	FRIEDEL J.	T Physique des solides
	CHEVAUGEON J.	T Cryptogamie
	MEYER P.	T Physique théorique & atomique
	LEHMANN P.	T Accélérateur linéaire
	CHABBAL R.	T Physique propédeutique
	DELCROIX J.M.	T Physique des plasmas
	CERF J.	T Mathématiques
	D'ESPAGNAT B.	T Physique théorique
	SCHAEFFER P.	T Microbiologie
	DE GENNES P.	T Physique des solides
Mme	MARTY N.	Physique propédeutique
MM.	GOURDIN M.	Physique théorique
	PEREZ-Y-JORBA	Physique propédeutique
	GORENFLOT E.	Biologie végétale SPCN
	RIOU M.	Physique nucléaire
	BROUSSE R.	Géologie S.P.C.N.
	LIORET C.	Physiologie végétale
	CLAUSER H.	Chimie biologique
	JANCOVICI B.	Physique atomique
	LURCAT J.	Physique propédeutique
	LE BERRE J.	Entomologie
	LAVOREL J.	Biophysique
	PERIO P.	Physique propédeutique
	FETIZON M.	Stéréochimie
	CHEMLA M.	Chimie des isotopes
	MAZIERES C.	Chimie SPCN
	VILKAS M.	Chimie C.P.E.M.
	BLANDIN A.	Physique des solides
	BRUN G.	Génétique
	MERCOUROFF	Physique agrégation
	ANDRE J.	Microscopie électronique
	CHEVALLIER F.	Physiologie animale
Mlle	MARCOU	Biologie cellulaire C.P.E.M.
MM.	BOURDU R.	Physiologie végétale
	BERKALOFF A.	Biologie animale CPEM
Mlle	LEFORT M.	Biologie cellulaire CPEM
Mme	LAMBERT	Physique C.P.E.M.
MM.	BIZOT J.C.	Physique M.P.C.
	GUIRAUD J.P.	Mécanique
	LABOUESSE B.	Chimie SPCN

UNIV. LEIDEN BIBL.

Avant-propos

Les travaux de cette thèse ont été effectués au Centre de Recherches et d'Essais d'Electricité de France à Chatou : c'est pour nous un agréable devoir de remercier le personnel de ce laboratoire pour l'aide amicale qu'il nous a apportée.

Nos remerciements s'adressent en particulier à Monsieur MILLIAT, Chef du Département "Transferts Thermiques et Etudes Nucléaires", et à Monsieur SUREAU, Chef du Groupe "Etudes et Calculs" de ce même Département qui, durant ces travaux ne nous ont jamais mesuré leur aide bienveillante et leurs conseils attentionnés. Nous remercions également Monsieur EAUCLERE, Agent Technique du Centre de Chatou, qui, durant toute notre thèse, a apporté toute sa conscience et son habileté à la réalisation des montages, à certaines mesures et à leur dépouillement.

Nous exprimons notre respectueuse gratitude à Monsieur SIESTRUNCK et à Monsieur VICHNIEVSKY qui, en voulant bien siéger à la commission d'examen, nous ont fait d'avance un précieux crédit.

C'est enfin avec une grande déférence que nous prions Monsieur le Professeur FORTIER dont l'oeuvre et l'enseignement ont rendu possible cette recherche et qui nous a sans cesse conseillé et guidé, de trouver ici l'hommage de notre profonde reconnaissance.

Table des matières

Pages

AVANT-PROPOS 7

CONVENTIONS ET NOTATIONS 10

INTRODUCTION 13

CHAPITRE 1 - Exposé du problème. Définition des mesures effectuées..... 15

1/ Définition du coefficient de diffusivité thermique turbulent 15

2/ Nombre de Prandtl turbulent et effectif..... 19

3/ Signification physique d'une relation ou d'un terme : Cas des relations $\vec{\Phi} = - \rho C_p a \overrightarrow{grad} T$ et $\vec{\Phi} = - \rho C_p (a + \varepsilon h) \overrightarrow{grad} \bar{T}$ -..... 20

4/ Cas d'une turbulence homogène et stationnaire..... 20

5/ Conséquences : Définition des mesures effectuées..... 25

CHAPITRE 2 - Installation expérimentale 27

1/ Installation expérimentale..... 27

2/ Source de chaleur..... 32

CHAPITRE 3 - Instruments de mesure 34

1/ Mesures de vitesse 34

2/ Mesure des températures. Thermomètre à résistance..... 36

CHAPITRE 4 - Résultats et Discussions..... 50

1/ Mesure de vitesses 50

2/ Diffusion de la chaleur derrière une source linéaire 58

Pages

CHAPITRE 5 - Conséquences des résultats expérimentaux 83

CONCLUSION 85

ANNEXE I - Estimation de l'erreur due aux fluctuations de température..... 86

ANNEXE II - Influence de mouvements du fil chauffant 87

ANNEXE III - Relation entre le coefficient de diffusion et la loi de croissance de la largeur du sillage 90

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES..... 93

Conventions et notations

On emploie la convention de sommation d'Einstein : si un indice est répété dans l'expression générale d'un terme, on doit faire la somme des valeurs de ce terme pour toutes les valeurs que peut prendre cet indice. Ainsi :

$$x_j\ e_j\ i \text{ signifie } x_1\ e_1\ i + x_2\ e_2\ i + x_3\ e_3\ i$$

si j peut prendre les valeurs 1, 2 ou 3.

Soit une grandeur fluctuante X. On pose $X = \bar{X} + x'$ avec :

$\bar{X}$: moyenne temporelle

$$\bar{X} = \frac{1}{2\theta} \int_{\theta+\theta}^{\theta+\theta} X\ d\theta$$

x' : fluctuation

$$(x' = X - \bar{X}'\ \text{d'ou}\ \bar{x}' = 0).$$

Lettres grecques :

α : coefficient de température d'une résistance.

δ_{ij} : symbole de Kronecker.

ε_h : coefficient de diffusivité thermique turbulente.

ε_m : viscosité cinématique turbulente.

$\vec{\Phi}_h$: vecteur densité de flux de chaleur. C'est le flux de chaleur traversant une surface unité perpendiculaire à ce flux.

λ : conductivité thermique de l'air.

λ_c : coefficient de perte de charge. Défini par :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\lambda c}{D}\ \rho\ \frac{u^2}{2}$$

υ : viscosité cinématique.

ρ : masse spécifique de l'air.

Θ ou θ : temps.

τ : cisaillement (τ_o : cisaillement à la paroi).

Lettres latines :

a : $\dfrac{\lambda}{\rho C_p}$

C_p : chaleur spécifique à pression constante.

D : diamètre du tube.

G : résistance du galvanomètre.

I : intensité du courant dans la sonde de température (thermomètre à résistance).

i : intensité du courant dans le galvanomètre.

T : température ($\bar{T}$: moyenne temporelle ; t' : fluctuation).

P : pression

Pr : nombre de Prandtl $Pr = \dfrac{\upsilon}{a}$

q : débit.

R : rayon du tube.

$\mathcal{R}$: résistance.

r_o : résistance par unité de longueur à la température de référence.

R_e : nombre de Reynolds $R_e = \dfrac{\mathcal{U} D}{\upsilon}$.

R_L : coefficient de corrélation de Lagrange.

$\vec{U}$: vecteur vitesse instantanée ($\overrightarrow{\bar{U}}$: vitesse moyenne - u'_i ou u', v', w' composante du vecteur fluctuation de vitesse u').

$\mathcal{U}$: vitesse de débit. $\mathcal{U} = \dfrac{\text{Débit volume}}{\text{Aire d'une section droite}}$

u^* : $\sqrt{\dfrac{\tau_o}{\rho}}$

X : résistance de l'élément sensible de la sonde de température (fil de platine).

W : puissance électrique.

Lettres x, y, z.

Problèmes thermiques :

x : distance à la source de chaleur parallèlement à la vitesse moyenne.

y : distance à la source perpendiculairement à la vitesse moyenne et à la source linéaire.

$\bar{Y}^2$: variance de la loi $\bar{T} = \bar{T}(y)$:

$$\bar{Y}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}(y) \cdot y^2 \cdot dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}(y) \cdot dy} .$$

$\sqrt{\bar{Y}^2}$ est proportionnel à la largeur du sillage thermique de la source.

Problèmes dynamiques (mesure des vitesses moyennes par ex.) :

x : distance à l'axe du tube.

y : distance à la paroi du tube.

$y^+ : \frac{yu^*}{\upsilon}$

z : Oz est parallèle à l'axe du tube.

Introduction

Il est difficile, en turbulence, de dégager des lois générales. Cela semble normal si l'on considère que les phénomènes observés proviennent de causes très différentes.

En conséquence, un problème de turbulence ne peut se traiter que s'il est parfaitement défini par des conditions aux limites bien déterminées [1].

Il est donc difficile de rechercher, par exemple, les lois générales de transfert de chaleur en régime turbulent. C'est pourquoi on se limite ici à l'étude d'un cas particulier, d'ailleurs assez fondamental, celui des transferts thermiques en régime turbulent dans un tube cylindrique lisse de section circulaire, l'écoulement étant permanent en moyenne. Le fluide étudié est de l'air à la température ambiante.

Dans la pratique, on traite souvent les problèmes de ce genre en essayant de se ramener à des solutions de même forme qu'en régime laminaire. C'est ainsi que l'on parle de "coefficient de diffusivité thermique turbulent" et de "nombre de Prandtl turbulent" alors qu'en régime laminaire, on emploie un coefficient de diffusivité thermique $a = \lambda/\rho C_p$ et un nombre de Prandtl $Pr = \upsilon/a$.

C'est Boussinesq qui, le premier en 1877, a introduit l'idée d'un "coefficient de diffusivité thermique turbulent". Cependant, c'est surtout après l'introduction de la notion de "longueur de mélange" par Prandtl [2] et von Kármán [3], notion qui permet d'exprimer ce coefficient en fonction des paramètres de l'écoulement, que des méthodes de calcul ont été mises au point. De nombreux travaux furent effectués par la suite, en vue d'améliorer ces méthodes.

Sans prétendre les citer tous, nous mentionnerons ceux de Reichart [4], Deissler [5] et Martinelli [6]. Nijsing, dans une publication récente [7] a donné un tableau assez complet de l'état actuel de la question.

L'étude entreprise ici se voulait initialement dans le cadre de ces recherches et, tout naturellement, le but en était de mesurer les coefficients de diffusivité thermique turbulent dans le cas particulier choisi. Des mesures à ce sujet ont déjà été faites en particulier par Sleicher [8], Corcoran [9] et Ludwieg [10], mais des écarts très importants subsistent entre les différents résultats expérimentaux.

Cependant, en essayant de mettre au point une méthode de mesure, nous avons rencontré certaines difficultés dues, nous semble-t-il, au fait que le coefficient de diffusivité thermique turbulente dépend de plus de paramètres que nous ne l'escomptions.

Dès lors, notre but s'est limité à effectuer quelques mesures simples et, à partir des résultats de ces mesures, d'essayer de voir quels sont les paramètres qui peuvent intervenir. Cela revient, en somme, à étudier la signification physique du coefficient de diffusivité thermique turbulente. On sait que certains auteurs préfèrent le considérer plutôt comme un intermédiaire commode de calcul sans se référer à une signification physique (cf. Sleicher [8], Hinze [27], Bocquillon [30]).

Guidés par certains travaux de Batchelor [11] et Townsend [12] relatifs à la turbulence homogène et isotrope, il nous a semblé qu'une méthode assez commode pour comprendre le mécanisme de la diffusion thermique en régime turbulent était d'étudier la loi de dispersion de la chaleur à partir de sources de très petites dimensions.

Nous avons placé dans ce but un fil très fin suivant un diamètre, puis suivant des cordes d'une section du tube, et nous avons exploré le sillage thermique de ce fil chauffé électriquement. L'étude s'est faite pour deux nombres de Reynolds :

$$R_e = 270\,000 \text{ et } R_e = 560\,000.$$

Chapitre I

Exposé du problème - Définition des mesures effectuées

Nous rappelons dans ce chapitre les définitions du coefficient de diffusivité thermique et des nombres de Prandtl turbulent et effectif. Nous exposerons brièvement, en considérant en particulier le cas de la turbulence homogène et stationnaire, les difficultés qu'il y a à rattacher ces différents concepts à la réalité physique de la turbulence. Les conséquences de cette analyse conduisent à un certain type de mesures que nous définirons.

1 - DÉFINITION DU COEFFICIENT DE DIFFUSIVITÉ THERMIQUE TURBULENT

Le premier principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$dU = dW + dQ$$

U énergie interne du système,

W et Q travail et chaleur fournis au système.

Nous ferons l'hypothèse suivante :

Hypothèse I - Il n'y a ni création, ni déperdition de chaleur due à la transformation d'une forme d'énergie en une autre.

Cette hypothèse permet de faire le raisonnement suivant :

Considérons un volume V de fluide limité par une surface S. Pendant le temps $d\theta$, l'accroissement de la quantité de chaleur contenue dans V, est :

$$d\theta \iiint_V \frac{\delta\rho\ C_p\ T}{\delta\theta} \cdot dV$$

Par ailleurs, la quantité de chaleur entrée dans le volume V est :

$$- d\theta \iint_S \overrightarrow{\Phi h} \cdot \overrightarrow{ds} .$$

On obtient donc l'équation :

$$\iiint_V \frac{(\delta\rho\ C_p\ T)}{\delta\theta} \cdot dV = - \iint_S \overrightarrow{\Phi h} \cdot \overrightarrow{ds} .$$

Soit, en appliquant le théorème de la divergence :

$$\iiint_V \frac{(\delta\rho\ C_p\ T)}{\delta\theta} \cdot dV = - \iiint_V \text{div.}\ \overrightarrow{\Phi h} \cdot dV$$

L'équation précédente est valable, quel que soit V (même infiniment petit).

Ainsi :

$$\frac{(\delta\rho\ C_p\ T)}{\delta\vartheta} + \text{div}\ .\ \vec{\Phi h} = 0 \qquad (I-1)$$

Cette équation est valable quel que soit le repère utilisé.

Si nous prenions comme repères des axes attachés au volume fluide V (pris assez petit pour que tous les points de ce volume aient même vitesse par rapport à des axes liés aux parois du tube), on aurait :

$$\vec{\Phi h} = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}\ T}$$

Prenons comme repères des axes attachés au tube le volume V entraîné par rapport à ces axes avec une vitesse $\vec{U}$, d'où :

$$\vec{\Phi h} = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}\ T} + \vec{U}\ .\ \rho\ C_p\ T$$

L'équation (I - 1) s'écrit, par rapport à ces axes :

$$\frac{\delta\rho\ C_p\ T}{\delta\theta} + \text{div.}\ (-\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}\ T} + \vec{U}\rho\ C_p\ T) = 0 \qquad (I-2)$$

Afin de simplifier les calculs, faisons l'hypothèse suivante :

Hypothèse II - Les caractéristiques physiques du fluide ρ, C_p, λ et ν sont constantes. Ainsi :

$$\boxed{\frac{\delta T}{\delta\theta} + \text{div}\ .\ (\vec{U}\ T) = \text{div}\ .\ \left(\frac{\lambda}{\rho\ C_p}\ \overrightarrow{\text{grad}\ T}\right)} \qquad (I-3)$$

Cette équation est toujours valable, que le régime soit laminaire ou turbulent.

- Si le régime est laminaire et permanent $\left(\frac{\delta}{\delta\theta} = 0\right)$, elle se réduit à :

$$\boxed{\text{div}\ .\ (\vec{U}\ .\ T) = \text{div}\ .\ \left(\frac{\lambda}{\rho\ C_p}\ \overrightarrow{\text{grad}\ T}\right)} \qquad (I-4)$$

- Si le régime est turbulent, elle est valable mais peu utilisable, car elle se rapporte à des valeurs instantanées, donc fluctuantes.

Hypothèse III - On suppose, en régime turbulent, qu'une variable du temps fluctuante X, peut se mettre sous la forme :

$$X = \bar{X} + x' \quad \text{avec} \quad \bar{X}(\theta) = \frac{1}{2\Theta}\int_{\theta-\Theta}^{\theta+\Theta} X\ d\theta$$

On suppose que si Θ est assez grand, $\bar{X}$ est indépendant de ϑ. Cette hypothèse n'a pas de support théorique. Cependant, compte tenu de la précision actuelle des mesures en turbulence, elle se vérifie très bien expérimentalement.

On démontrerait aisément que $\overline{x'} = 0$ et que $\left(\frac{\overline{\delta X}}{\delta x_i}\right) = \frac{\delta(\overline{X})}{\delta x_i}$. Ce qui entraîne :

$$\overline{(\text{div} \cdot X)} = \text{div}\,(\overline{X})$$

Hypothèse IV - On supposera que le régime turbulent est permanent en moyenne : $\overline{X}(\theta)$ indépendant de θ . $\frac{\delta \overline{X}}{\delta \theta} = 0$.

On pose

$$\vec{U} = \overline{\vec{U}} + \vec{u'} \qquad \text{et} \qquad T = \overline{T} + t' \tag{I-5}$$

Avec les relations (I-5), l'équation (I-3) devient :

$$\frac{\delta T}{\delta \theta} + \text{div}.\,[(\overline{\vec{U}} + \vec{u'})\,(\overline{T} + t')] = \text{div}.\,\frac{\lambda}{\rho\, C_p}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,(\overline{T} + t') \tag{I-6}$$

a) Valeur moyenne de $\frac{\delta T}{\delta \theta} = \frac{\delta \overline{T}}{\delta \theta} = 0$ (Hypothèse IV)

b) Valeur moyenne de :

$$\text{div}.\,[(\vec{U} + \vec{u'})\,(\overline{T} + t')] = \text{div}.\,[\overline{\vec{U}} \times \overline{T}] + \text{div}.\,\overline{(\vec{u'} \cdot \overline{T})} + \text{div}.\,\overline{(\overline{\vec{U}} \cdot t')} + \text{div}.\,\overline{(\vec{u'}\, t')}$$

$$= \text{div}.\,(\overline{\vec{U}} \cdot \overline{T}) + \text{div}.\,\overline{(\vec{u'}\, t')} \quad \text{car} \quad \overline{\vec{u'} \cdot \overline{T}} = \overline{\vec{U} \cdot t'} = 0$$

c) Valeur moyenne de :

$$\text{div}.\,a\,\overrightarrow{\text{grad}}\,(\overline{T} + t') = \text{div}.\,a\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{T}, \quad \text{car} \quad \overrightarrow{\text{grad}}\,t' = 0.$$

L'équation (I-5) écrite aux valeurs moyennes se réduit à :

$$\text{div}.\,(\overline{\vec{U}} \cdot \overline{T}) + \text{div}.\,\overline{(\vec{u'}\, t')} = \text{div}.\,a\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{T} \tag{I-7}$$

L'équation (I-7) diffère de l'équation (I-4) utilisable en régime laminaire permanent par le terme div. $(\vec{u'}\, t')$. On peut introduire ici le coefficient de diffusivité thermique εh par :

$$\boxed{\overline{\vec{u'}\, t'} = -\,\varepsilon h\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{T}} \tag{I-8}$$

En tenant compte de (I-8), (I-7) devient :

$$\boxed{\text{div}.\,(\overline{\vec{U}} \cdot \overline{T}) = \text{div}.\,a\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{T} - \text{div}.\,\overline{(\vec{u'}\, t')} = [\text{div}.\,(a + \varepsilon h)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\overline{T}]} \tag{I-9}$$

Les équations de conservation de la chaleur (I-9) et (I-4) ont même forme. L'expression du vecteur densité de flux est aussi très intéressante. Elle s'écrit toujours :

$$\overrightarrow{\Phi h} = -\,\lambda\,\overrightarrow{\text{grad}}\,T + \vec{U}\,\rho\, C_p\, T.$$

Le vecteur densité de flux est tel que :

$$\overrightarrow{\Phi h} = - \overline{[\lambda \overrightarrow{\text{grad}} (\bar{T} + t')]} + \overline{(\vec{U} + \vec{u'}) \rho C_p (\bar{T} + t')}$$

$$\overrightarrow{\Phi h} = - \lambda \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T} + \overline{\vec{u'} t'} \rho C_p + \vec{\bar{U}} . \bar{T} . \rho C_p \text{ car } \bar{t'} = \overline{\overrightarrow{\text{grad}} t'} = \vec{u'} = 0$$

Or, on a posé :

$$\overline{\vec{u'} t'} = - \varepsilon h \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T}.$$

D'où :

$$\overrightarrow{\Phi h} = - (\lambda + \varepsilon h \rho C_p) \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T} + \vec{\bar{U}} . \bar{T} \rho C_p$$

En se rapportant à un repère lié au volume fluide élémentaire V tel que la vitesse moyenne de ce volume fluide soit nulle par rapport à ce repère, le vecteur densité de flux moyen s'écrit :

$$\boxed{\vec{\bar{\Phi}} h = -(\lambda + \varepsilon h \rho C_p) \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T}} \qquad (I - 10)$$

On démontrerait aisément que les relations (I - 10) et (I - 8) sont équivalentes quant à la définition de εh ou comme hypothèses de départ. Elles conduisent toutes deux à (I - 9). Par contre (I - 9) choisi comme définition de εh ne conduirait pas obligatoirement à (I - 10) et (I - 8).

L'introduction d'un εh scalaire suppose qu'en régime turbulent, le flux reste colinéaire au gradient comme il l'est en régime laminaire. Or, il n'existe pas de raisons physiques à cela et certains auteurs introduisent un εh tenseur (le rapport de deux vecteurs non colinéaires est un tenseur) (*). Ce concept complique énormément les calculs. Il n'a guère été utilisé pour des calculs pratiques de transferts thermiques.

En conclusion, on peut dire :

A l'équation de conservation de la chaleur et à l'expression du vecteur densité de flux écrites en valeurs instantanées, on peut faire correspondre des relations écrites en valeurs moyennes utilisables, de forme identique, à condition de remplacer le coefficient de diffusivité thermique $\lambda / \rho C_p = a$ par la somme $(\lambda / \rho C_p) + \varepsilon H$. εh coefficient de diffusivité turbulent.

Expressions en valeurs instantanées (utilisables en régime laminaire) :

$\text{div.} (\vec{U} . T) = \text{div.}\ a \overrightarrow{\text{grad}} T$; (I - 4) (système d'axes lié au tube)

$\vec{\Phi h} = - \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = - \rho C_p\ a \overrightarrow{\text{grad}} T$ (système d'axes lié au volume fluide élémentaire).

Expressions en valeurs moyennes (utilisables en régime turbulent)

$\text{div.} (\vec{\bar{U}} . \bar{T}) = \text{div.} (a + \varepsilon h) \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T}$; (I - 9) (système d'axes lié au tube)

$\vec{\bar{\Phi}} h = - \rho C_p (a + \varepsilon h) \overrightarrow{\text{grad}} \bar{T}$; (I-10) (système d'axes lié au volume fluide élémentaire).

(*) Si ces vecteurs représentent des grandeurs physiques.

Avant de discuter la signification physique possible des relations (I - 9) et (I - 10) ou (I - 8), nous allons définir les nombres de Prandtl turbulent et effectif.

2 - NOMBRE DE PRANDTL TURBULENT ET EFFECTIF

Tout le calcul précédent pourrait être refait de manière analogue, en étudiant non pas le transport d'une quantité de chaleur $\rho C_p T$, mais le transport d'une quantité de mouvement $\rho \vec{U}$. Le calcul serait un peu plus long ; l'hypothèse I ne peut plus être faite, et il s'introduit un terme en gradient de pression. De plus, $\rho \vec{U}$ est une quantité vectorielle et non scalaire. On serait néanmoins arrivé aux conclusions suivantes :

Aux équations de Navier - Stokes et à l'expression du cisaillement écrites en valeurs instantanées, on peut faire correspondre des relations écrites en valeurs moyennes utilisables en régime turbulent, de forme identique, à condition de remplacer la viscosité cinématique υ par la somme $(\upsilon + \varepsilon m)$, εm ; viscosité cinématique turbulente.

Expressions en valeurs instantanées (utilisables en régime laminaire permanent) :

$$U_j \frac{\delta U_i}{\delta x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta x_i} + \frac{\upsilon \delta^2 U_i}{\delta x_j \delta x_j} ; \qquad (I - 11)$$

$$\tau_{ij} = P \delta_{ij} + \upsilon \rho \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right) ; \qquad (I - 12)$$

Expressions en valeurs moyennes (utilisables en régime turbulent)

$$\bar{U}_j \frac{\delta \bar{U}_i}{\delta x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\delta \bar{P}}{\delta x_i} + (\upsilon + \varepsilon m) \frac{\delta^2 \bar{U}_i}{\delta x_j \delta x_j} ; \qquad (I - 13)$$

$$\overline{\tau_{ij}} = \bar{P} \delta_{ij} + (\upsilon + \varepsilon m) \rho \left(\frac{\delta \bar{U}_i}{\delta x_j} + \frac{\delta \bar{U}_j}{\delta x_i} \right) ; \qquad (I - 14)$$

L'expression correspondant à l'expression (I - 8) est :

$$\overline{u_i u_j} = - \varepsilon m \left(\frac{\delta \bar{U}_i}{\delta x_j} + \frac{\delta \bar{U}_j}{\delta x_i} \right) ; \qquad (I - 15)$$

La résolution des problèmes de transferts thermiques faisant intervenir à la fois les équations calorifiques telles que (I - 9) et (I - 10) et les équations de mouvement telles que (I - 13) et (I - 14), il s'introduit naturellement les nombres sans dimensions :

Nombre de Prandtl turbulent : $Pr_{turb} = \dfrac{\varepsilon m}{\varepsilon h}$

Nombre de Prandtl effectif : $Pr_{eff} = \dfrac{\upsilon + \varepsilon m}{\alpha + \varepsilon h}$

3 - SIGNIFICATION PHYSIQUE D'UNE RELATION OU D'UN TERME : CAS DES RELATIONS $\vec{\Phi} = -\rho\, C_p\, a\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T$ et $\vec{\Phi} = -\rho\, C_p\, (a + \varepsilon h)\, \overrightarrow{\text{grad}}\, \bar{T}$

3.1 - Origine de la relation $\vec{\Phi} = -\rho\, C_p\, a\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T$

Cette loi n'est pas une expression phénoménologique, mais peut se déduire de la théorie cinétique des gaz et se vérifie très bien expérimentalement :

Il y a physiquement une relation entre $\vec{\Phi}$ et $\overrightarrow{\text{grad}}\, T$. Cela signifie que :

$$\frac{1}{\rho\, C_p}\,\frac{\vec{\Phi}}{\overrightarrow{\text{grad}}\, T} = \left\{\begin{array}{l}\text{Fonction scalaire des caractéristiques moléculaires du fluide considéré, et variant lentement avec les paramètres d'état du fluide (température, pression, etc...). Cette fonction est indépendante de } \vec{\Phi} \text{ et de } \overrightarrow{\text{grad}}\, T.\end{array}\right.$$

3.2 - Relation $\vec{\Phi} = -\rho\, C_p\, (a + \varepsilon h)\, \overrightarrow{\text{grad}}\, \bar{T}$ (I - 10)

Cette relation n'est, en réalité, qu'une équation de définition de εh.

Son intérêt est lié au nombre de paramètres dont dépend εh.

Si εh a un sens physique, on aura :

$$\frac{1}{\rho\, C_p}\,\frac{\Phi}{\text{grad}\, T} = \left\{\begin{array}{l}\text{Fonction scalaire ou à la rigueur tensorielle (mais alors très simple) d'un nombre restreint de paramètres. Ces paramètres ne comprendront probablement ni } \vec{\Phi}, \text{ ni } \overrightarrow{\text{grad}}\, T.\end{array}\right.$$

Il n'est pas question de discuter l'existence des équations de définition de εh : équations (I - 8), (I - 10) ou (I - 9). Si εh est considéré comme un tenseur, on peut toujours écrire les équations (I - 8) ou (I - 10). Et même si εh est considéré comme un scalaire, on peut toujours écrire l'équation (I - 9). Mais si εh ne correspond à rien physiquement, il dépendra d'un peu tous les paramètres possibles et son intérêt sera faible.

On pourrait essayer de trouver une analogie entre les phénomènes physiques de diffusion moléculaire et de diffusion turbulente. En ce cas, il faudrait que le gradient de température soit négligeable sur une distance donnée jouant le rôle du libre parcours moyen. Cette hypothèse est faite pour démontrer la relation $\vec{\Phi} = a\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T$ à partir de la théorie cinétique des gaz. Malheureusement, cette distance, en régime turbulent, que l'on pourrait lier à la "longueur de mélange" est beaucoup plus grande qu'en diffusion moléculaire et cette hypothèse ne peut plus être faite [11].

Pour tenter d'éclaircir le problème, nous allons étudier le cas de la diffusion de la chaleur dans une turbulence homogène et uniforme. Ce cas, assez fondamental, est un des seuls où les phénomènes physiques soient à peu près connus.

4 - CAS D'UNE TURBULENCE HOMOGÈNE ET STATIONNAIRE

Considérons les moyennes des carrés des fluctuations de vitesses $\bar{u}'^2$, $\bar{v}'^2$ et $\bar{w}'^2$.

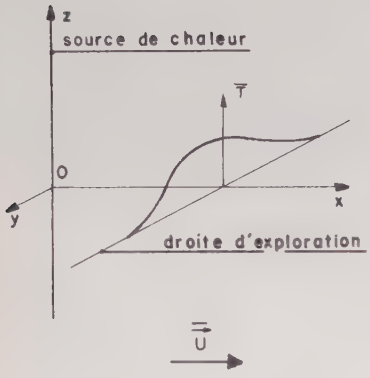
Si les valeurs prises par ces termes sont indépendantes du point envisagé, la turbulence est dite homogène. Si, de plus, ces valeurs sont indépendantes du temps, la turbulence est stationnaire.

4.1 - Résultats expérimentaux

Sans entrer dans les détails, indiquons que l'on peut réaliser une telle turbulence avec une bonne approximation en plaçant une grille dans un écoulement sans gradient de vitesse.

Plaçons une source linéaire de chaleur de grande longueur perpendiculairement à la vitesse moyenne $\bar{U}$. Explorons le sillage thermique de cette source (*).

On constate que l'excès de température moyenne $\bar{T}$ est réparti sur les droites parallèles à l'axe Oy suivant des courbes de Gauss (schéma ci-dessous) [12].



On peut écrire :

$$\bar{T} = \bar{T}_{max} \exp. \left(\frac{-y^2}{2\bar{Y}^2}\right)$$

$\bar{Y}^2$ est la variance attachée à cette loi de Gauss.

On peut expliciter $\bar{T}_{max}$ en fonction de $\bar{Y}^2$: dans une tranche d'épaisseur dz, le flux moyen de chaleur émanant du fil se conserve (en supposant la longueur du fil très grande).

Appelons $\overrightarrow{d\Phi}$ ce flux. Si $\overrightarrow{\Phi h}$ est le vecteur densité de flux moyen on a :

$$\overrightarrow{d\Phi} = dz \int_{-\infty}^{+\infty} \overrightarrow{\Phi h} . dy = C^{te}$$

Or

$$\vec{\Phi} = \vec{U} . \rho C_p \bar{T}$$

Donc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{U} . \rho C_p \bar{T} . dy = C^{te}$$

Or

$$\vec{U} . \rho C_p \cong C^{te}$$

D'où

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} \, dy = C^{te} = \bar{T}_{max} \sqrt{2\pi\bar{Y}^2} \quad car \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}$$

On peut écrire

$$\bar{T}_{max} = \frac{A}{\sqrt{2\pi\bar{Y}^2}},$$

où A est une constante dépendant de la puissance de la source. C'est bien ce que l'on constate expérimentalement.

Les courbes relevées ont comme équation :

$$\bar{T} = \frac{A}{\sqrt{2\pi\bar{Y}^2}} \exp. \left(\frac{-y^2}{2\bar{Y}^2}\right) \qquad (I - 16)$$

(*) On suppose que la présence de la source ne modifie ni la vitesse moyenne, ni les caractéristiques de la turbulence.

On vérifierait facilement que (I - 16) est la solution de l'équation différentielle :

$$\bar{U}\,\frac{\delta\bar{T}}{\delta x} = (a + \varepsilon h)\,\frac{\delta^2\bar{T}}{\delta y^2}\ ; \qquad (I-17)$$

Avec :

$$(a + \varepsilon h) = \frac{1}{2}\,\frac{d\bar{Y}^2}{dx}\ .\ \bar{U}\ ; \qquad (I-18)\ [11]$$

Ainsi, expérimentalement, on est amené à une équation différentielle de même forme qu'en régime laminaire (semblable à l'équation (I - 9), et à une définition physique de εh.

Nous ferons néanmoins deux remarques :

1/ L'utilisation de l'équation (I - 9) conduirait dans ce cas à l'égalité :

$$\bar{U}\,\frac{\delta\bar{T}}{\delta x} = (a + \varepsilon h)\left(\frac{\delta^2\bar{T}}{\delta y^2} + \frac{\delta^2\bar{T}}{\delta x^2}\right)\ ; \qquad (I-19)$$

et non pas à l'équation (I - 17).

Cela s'explique très facilement.

Le terme en $\frac{\delta^2\bar{T}}{\delta y^2}$ est de l'ordre de $\frac{\bar{T}}{y^2}$. Le terme en $\frac{\delta\,\bar{T}}{\delta x^2}$ est de l'ordre de $\frac{\bar{T}}{x^2}$ (x est la distance au fil chauffant). Or $\frac{x^2}{y^2} > 10^3$.

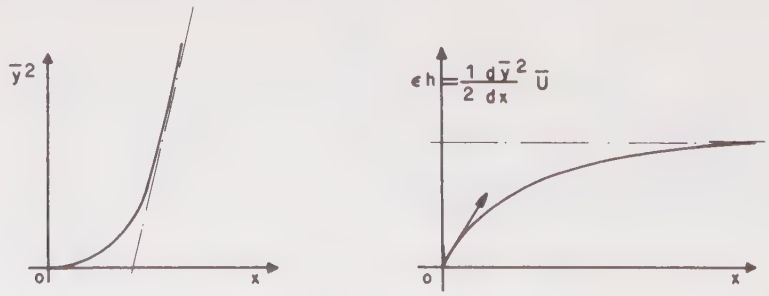
Donc :

$$\frac{\delta^2\bar{T}}{\delta x^2} \gg \frac{\delta^2\bar{T}}{\delta y^2}$$

Autrement dit, en pratique, l'équation (I - 19) se réduit à l'équation (I - 17).

2/ L'équation (I - 18) ne conduit à un coefficient de diffusivité thermique turbulent constant que si $d\bar{Y}^2/dx = C^{te}$ soit $\bar{Y}^2 = kx + k'$. Or :

- Si x est faible (distance à la source faible), l'expérience montre que $\bar{Y}^2 = kx^2$ et $\varepsilon h = kx\ U_o$. (Schéma ci-dessous).



Autrement dit, en ce cas, εh n'est pas constant et dépend de la distance à la source et cela jusqu'à une distance non négligeable de la source (cinquante à cent fois la maille de la grille créant la turbulence [12].

- Par contre, si x est grand, l'expérience montre que :

$$\bar{Y}^2 = kx + k' \quad \text{et} \quad \varepsilon h = C^{te} \text{ (schéma précédent)}$$

4.2 - Théoriquement, on retrouve les lois de variations de $\bar{Y}^2$ et de εh

Hypothèse - On néglige la diffusion moléculaire a << εh, et on suppose qu'une quantité élémentaire de chaleur se déplace comme une quantité élémentaire de fluide qui serait à l'instant $\theta = 0$ à la place de la source.

Etudions à l'instant θ la position d'une quantité de chaleur élémentaire issue de la source à $\theta = 0$. Son déplacement suivant Oy sera :

$$y(\theta) = \int_0^\theta v'(\theta')\ d\theta'.$$

La variance $\bar{Y}^2$ est telle que :

$$\frac{1}{2}\frac{d\bar{Y}^2}{d\theta} = \overline{\frac{dY}{d\theta} \cdot Y} = \overline{v'(\theta) \int_0^\theta v'(\theta')\ d\theta'} = \overline{\int_0^\theta v'(\theta)\ v'(\theta')\ d\theta'}$$

Il est possible d'exprimer simplement cette moyenne lorsque la turbulence est à la fois homogène et stationnaire.

La turbulence est homogène : $\overline{v'^2(\theta)}$ est indépendant du point choisi.

La turbulence est stationnaire : $\overline{v'(\theta)\ v'(\theta')}$ ne dépend que de la différence $(\theta - \theta')$ et $\overline{v'^2(\theta)}$ est constant.

On écrit :

$$\frac{\overline{v'(\theta)\ v'(\theta')}}{v'^2} = R_L\ (\theta - \theta')$$

a) Si $\theta - \theta'$ est petit :

$$\overline{v'(\theta)\ v'(\theta')} \sim \overline{v'(\theta)\ v'(\theta)}$$

$$R_L(\theta - \theta') \sim 1$$

b) Par contre, il existe une valeur θ_1 telle que pour n'importe quel $\theta > \theta_1$, on ait :

$$\int_{\theta_1}^{\theta} R_L(\theta)\ d\theta < \varepsilon$$

(ε : valeur arbitrairement petite).

$$(\text{car } R_L(\theta) \longrightarrow 0 \quad \text{si} \quad \theta \longrightarrow \infty).$$

Ce qui revient à admettre que $\int_0^\theta R_L(\theta)\ d\theta \cong C^{te} \cong A$ pour $\theta > \theta_1$ (schéma ci-après) [1].

Il y a donc deux cas :

a) $\theta - \theta'$ est faible, donc $R_L(\theta - \theta') = 1$

$$\frac{d\bar{Y}^2}{d\theta} = 2 \int_0^{\theta} \bar{v}'^2 \, d\theta' = 2 \, \bar{v}'^2 \theta$$

$$\varepsilon h = \frac{1}{2} \frac{d\bar{Y}^2}{d\theta} = \bar{v}'^2 \theta \qquad \bar{Y}^2 = \bar{v}'^2 \theta^2 \quad \text{(car } \theta = 0 \text{ entraîne } \bar{Y}^2 = 0\text{)}.$$

b) $\theta - \theta'$ est grand $\int_0^{\theta} R_L (\theta - \theta') \, d\theta' \cong C^{te} \cong A$

$$\frac{d\bar{Y}^2}{d\theta} = 2 \, \bar{v}'^2 \, A \qquad \bar{Y}^2 = 2 \, \bar{v}'^2 \, A\theta$$

$$\varepsilon h = +\frac{1}{2} \frac{d\bar{Y}^2}{d\theta} = \bar{v}'^2 \, A = C^{te}.$$

Pour comparer ces résultats avec les résultats expérimentaux, nous ferons l'hypothèse suivante (hypothèse de Taylor) :

Hypothèse - Entre le temps de diffusion θ, d'une part, la vitesse moyenne $\bar{U}$ et la distance à la source comptée suivant cette vitesse moyenne d'autre part, il existe la relation

$$\frac{\delta}{\delta \theta} = \frac{1}{U} \frac{\delta}{\delta x}$$

(cette hypothèse est vraie si les fluctuations de vitesse sont faibles devant $\bar{U}$, ce qui est notre cas).

On obtient :

a) $\theta - \theta'$ faible, soit $\frac{x}{U}$ faible :

$$\varepsilon h = \frac{x}{U} \cdot \bar{v}'^2 \; ; \quad \text{(non constant)} \tag{I - 20}$$

et

$$\bar{Y}^2 = \bar{v}'^2 \cdot \frac{x^2}{\bar{U}^2} \; ; \tag{I - 21}$$

b) $\theta - \theta'$ grand, soit $\frac{x}{U}$ grand :

$$\varepsilon h = 2 \bar{v}'^2 \, A \; ; \quad \text{(constant)} \tag{I - 22}$$

et

$$\bar{Y}^2 = 2 \bar{v}'^2 \, A \cdot \frac{x}{U} \; ; \tag{I - 23}$$

Les relations (I - 20) à (I - 23) sont celles trouvées expérimentalement.

5 - CONSÉQUENCES : DÉFINITION DES MESURES EFFECTUÉES

Le mécanisme du transfert de chaleur en diffusion turbulente est différent du mécanisme du transfert de chaleur en diffusion moléculaire. En diffusion moléculaire, l'une des hypothèses de base est que le gradient de température est négligeable sur une distance égale au libre parcours moyen. L'hypothèse correspondante ne peut plus être faite en diffusion turbulente.

Un des cas de turbulence les mieux connus, la turbulence homogène et stationnaire, conduit à un coefficient de diffusivité thermique turbulent variant avec la distance à la source de chaleur (excepté loin de la source) ce qui rend l'utilisation de ce coefficient bien difficile.

L'étude de ce cas nous a montré aussi qu'il était très intéressant de connaître la loi de dispersion de la chaleur à partir d'une source de petite dimension, telle un fil, pour comprendre le mécanisme de la diffusion thermique dans une turbulence donnée.

Cette méthode a été utilisée, par exemple, par Hinze et Van der Hegge Zijnen [13] pour l'étude du transfert de chaleur dans un écoulement libre.

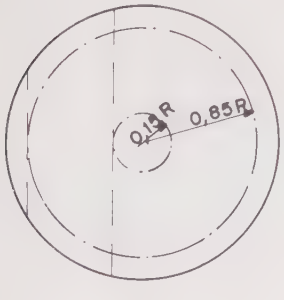
Dans le cas d'un écoulement turbulent dans un tube lisse, elle a été utilisée par Baldwin et Walsh [14] aux Etats-Unis, par Bory, Gosse et Peretti [15] et Fayet [16] en France. Ces expérimentateurs se limitent à l'étude au centre du tube.

Dans ce dernier cas, tous ont utilisé comme source de chaleur un fil tendu suivant un diamètre et chauffé électriquement. Tous définissent un coefficient de diffusion thermique turbulent. De plus, Baldwin et Walsh établissent que ce coefficient croît avec le temps de diffusion pour tendre vers une limite, mais à une distance de la source égale à plusieurs diamètres (résultat conforme à ce que la théorie laisse prévoir, mais pour une turbulence homogène et stationnaire, cf. § 4).

Nous avons repris cette méthode expérimentale de la façon suivante :

1/ On a fait une première série de mesures en utilisant une source linéaire placée suivant un diamètre. On explore le sillage thermique en déplaçant une sonde thermométrique suivant des diamètres perpendiculaire à la source.

2/ Nous avons essayé de ne pas limiter notre étude au centre du tube. On a voulu étudier les lois de dispersion de la chaleur en deux autres points, l'un situé à 0,15 R du centre, l'autre à 0,85 R (cette dernière dans une zone où l'intensité de la turbulence est, pour un tube lisse, relativement élevée). Pratiquement, dans les problèmes de transferts thermiques, il est important d'étudier la diffusion de la chaleur dans le sens radial. Cela aurait pu conduire à explorer le sillage thermique de sources-cercles concentriques au tube (schéma ci-dessous). Malheureusement, de telles sources sont très difficiles à construire. Dans un écoulement de vitesse moyenne 20 à 40 m/s, il est impossible de leur donner une rigidité suffisante sans atteindre des diamètres de l'ordre du millimètre.



On a exposé chapitre II, paragraphe B les difficultés que nous avons eues à rendre les sources choisies (pourtant linéaires) rigides. Nous avons finalement opté pour des sources linéaires placées suivant des cordes tangentes aux deux cercles de rayons 0,15 R et 0,85 R. Si les mesures se font dans une zone ne s'écartant pas trop de part et d'autre de la corde et proche du point de tangence au cercle, on pourra considérer avec une bonne approximation que l'on étudie la diffusion radiale de la chaleur. En pratique, les mesures se feront suivant des diamètres perpendiculaires aux cordes.

3/ On se limitera à des distances peu importantes de la source. En effet, en toute rigueur dans un milieu turbulent, ni parfaitement homogène, ni parfaitement isotrope, il est préférable de se limiter aux faibles temps de diffusion. Les mesures seront effectuées jusqu'à une distance de l'ordre de R/2 des sources de chaleur. Le sillage thermique a, en ce cas, une largeur maximale de l'ordre de R/20.

Lors des mesures effectuées au centre du tube (source placée suivant un diamètre), il aurait été possible d'aller plus loin de la source. Nous nous proposons de faire la mesure correspondante ultérieurement.

Chapitre II

Installation expérimentale

A - INSTALLATION EXPÉRIMENTALE

Son but essentiel est de créer un écoulement turbulent bien défini.

1 - CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES

1.1 - Description d'ensemble (fig. 1).

On note essentiellement de l'amont vers l'aval :

- Un caisson d'aspiration. Il sert principalement au filtrage de l'air. L'utilisation de certains appareils de mesure (cf. thermomètre à résistance de platine miniature, chapitre III) impose le dépoussiérage de l'air. Ce caisson assure également une relative homogénéisation de l'air avant aspiration par le tube ;

- Un tube droit de section circulaire à paroi lisse et de longueur suffisante pour permettre à l'écoulement d'atteindre son régime uniforme dans la partie aval (où sera placée la zone d'essai) ;

- Un col sonique (régulateur de débit) ;

- Un ventilateur.

1.2 - Dimensionnement

C'est surtout le choix des dimensions du tube qui entraîne le choix des autres dimensions de l'installation.

La longueur totale possible de l'installation est limitée à quinze mètres environ par les dimensions du hall d'essai et la présence d'autres installations. La nécessité du filtrage de l'air impose la présence d'un caisson d'aspiration, ce qui allonge l'installation. D'autre part, il n'est pas possible de placer la zone de mesure juste avant le convergent du col sonique, sans perturber l'écoulement.

Tout cela nous a amené à prévoir une longueur du tube en amont de la zone d'essai égale à dix mètres. L'établissement du régime d'écoulement uniforme demande une longueur d'entrée de l'ordre de 50 diamètres. Nous avons alors choisi un diamètre intérieur de 20 cm.

1.3 - Débit

Les mesures ont été effectuées pour deux nombres de Reynolds $\mathcal{U}D/\upsilon$ = 270 000 et 560 000, ce qui conduit à des vitesses moyennes de 20 et 40 m/s, donc aisément mesurables au tube de Pitot. Les débits correspondants sont de l'ordre de 0,8 kg/s et 1,6 kg/s, débits nettement inférieurs au débit maximal du ventilateur. Les fortes dépressions fournies par le ventilateur nous ont permis d'intercaler un col sonique entre le tube et le ventilateur. Cette solution présente deux avantages essentiels :

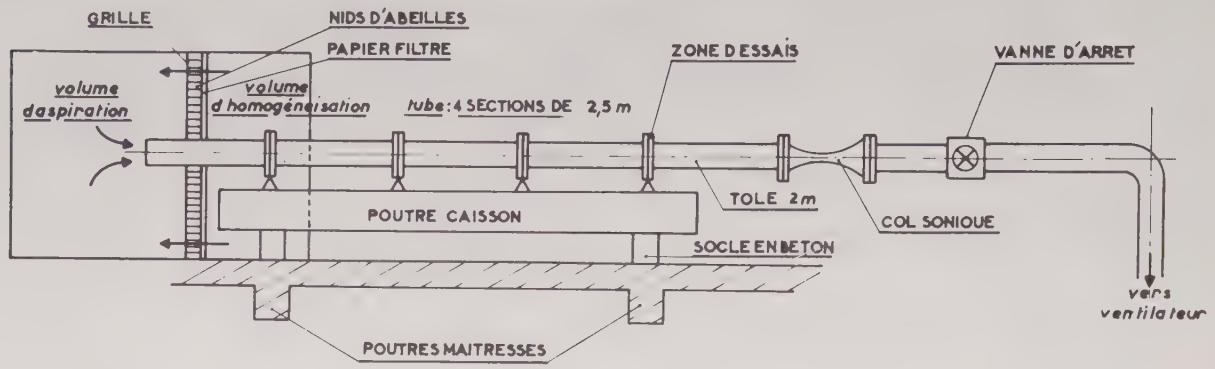


Figure 1 : Schéma général de l'installation.

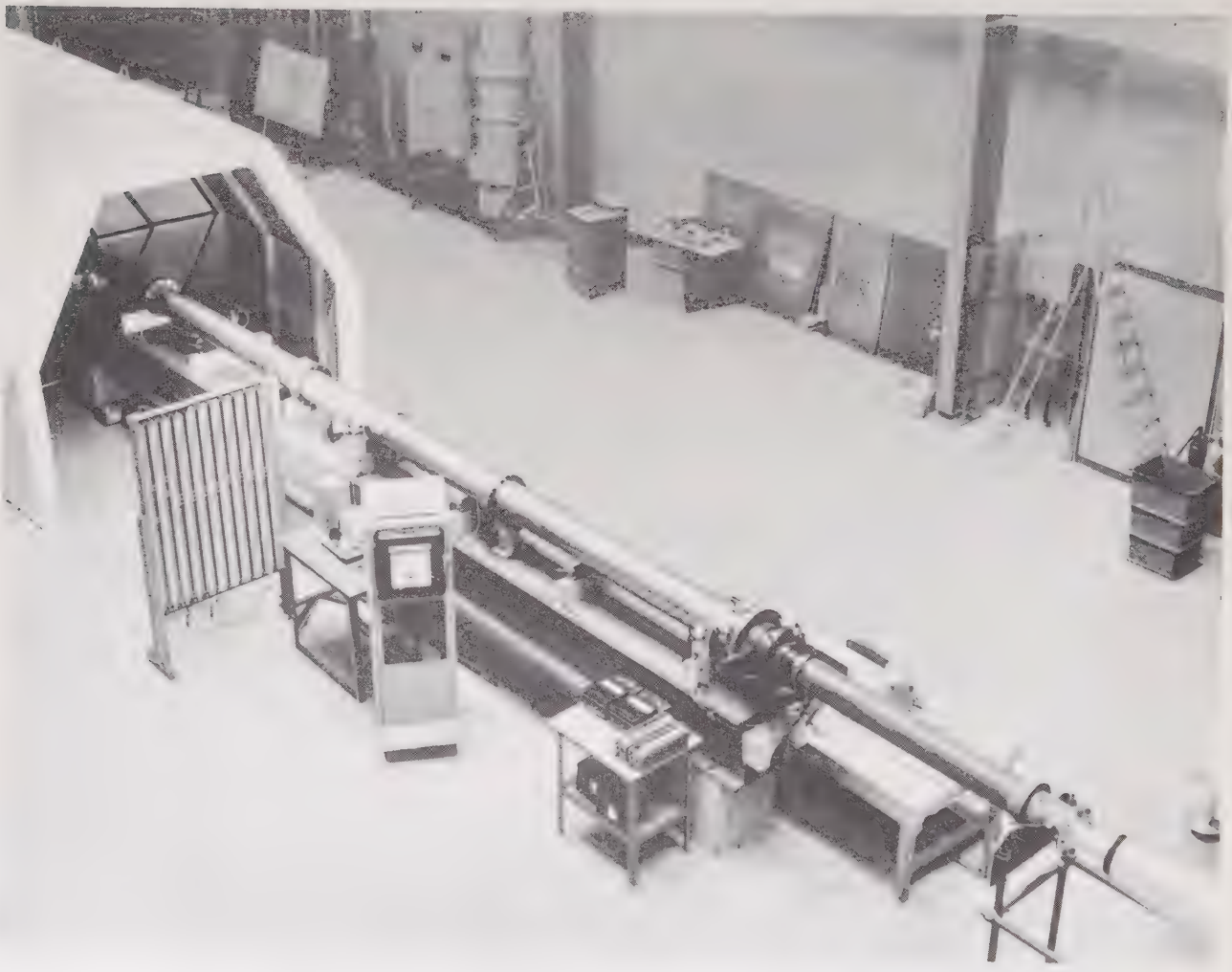


Figure 1 bis : Vue générale de l'installation.

- D'une part, le col sonique isole l'amont de l'aval et évite aux perturbations créées par le ventilateur de remonter dans le tube d'essai ;

- D'autre part, le col permet d'assurer un débit rigoureusement constant.

2 - DESCRIPTION DE L'INSTALLATION

2.1 - Caisson d'aspiration (fig. 2).

C'est un caisson en tôle de section verticale hexagonale, de hauteur 3 mètres. L'air traverse successivement :

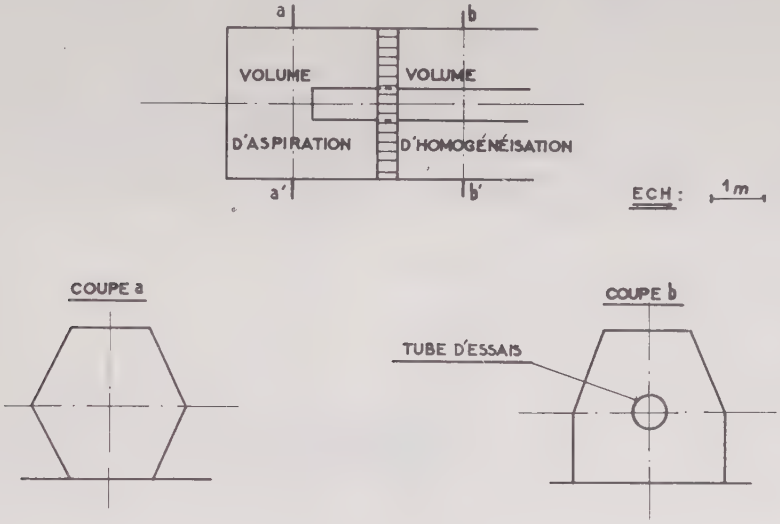


Figure 2 : Caisson d'aspiration.

- Un filtre en papier. La surface d'aspiration étant de plusieurs mètres carrés, la perte de charge est faible (inférieure à 1 200 Pa pour R_e = 560 000) et le papier ne se bouche que très lentement. Avec le type de papier utilisé, toutes les poussières de diamètre supérieur à 1 μ sont pratiquement arrêtées ;

- Des nids d'abeilles sur une longueur de 10 cm (rapport longueur/diamètre d'ouverture = 10) afin d'obtenir des filets d'air parallèles. L'air pénètre ensuite dans le caisson proprement dit.

2.2 - Tube

Il est formé de quatre tubes de 2,5 m de long, de diamètre extérieur 0,25 m et intérieur 0,2 m ; exactitude du diamètre intérieur 2/100 mm. Etat de surface : rugosité < 1 μ. La matière utilisée est de l'acier inoxydable à 13 % Cr.

- Le tube débouche de 0,6 m dans le volume d'aspiration. Sa section terminale, à bords francs, est une section droite.

- Les sections se faisant face de deux tubes consécutifs sont appairées. Leurs diamètres sont alors rigoureusement égaux (erreur résiduelle : quelques microns).

Les tolérances étant très serrées, les axes de deux sections sont pratiquement confondus.

- Les méthodes habituelles d'alignement, principalement optiques, conduisent difficilement à une erreur résiduelle inférieure à quelques secondes d'arc.

Or, il se trouve que le tube, par construction, et s'il n'était soumis à aucune force (y compris son poids), prendrait une position très proche de la position rectiligne (ceci avec une erreur inférieure à quelques secondes d'arc).

Il suffit donc, pour obtenir un excellent alignement du tube, de lui reconstituer sa fibre naturelle. Pratiquement, on procède comme suit :

On dispose le tube sur n appuis constitués par des anneaux dynamométriques. On peut les abaisser ou les lever de telle façon qu'ils affichent les forces que donneraient le calcul pour un tube parfaitement rectiligne sur supports horizontaux. A ce moment, et aux flèches entre supports près, on aura réalisé l'alignement donné par construction.

L'alignement réalisé, on bloquera le tube pour éviter tout mouvement intempestif.

Il est prévu cinq appuis reposant sur une poutre caisson très rigide (section carrée de 0,5 m de côté). Cette poutre-caisson repose elle-même sur deux massifs en béton se trouvant immédiatement au-dessus de deux poutres maîtresses du plancher. Ce montage a permis d'éviter la transmission au tube des vibrations provoquées par le ventilateur qui se trouve au sous-sol.

2.3 - Dispositif porte-sonde (fig. 3)

Il permet trois sortes de mouvements :

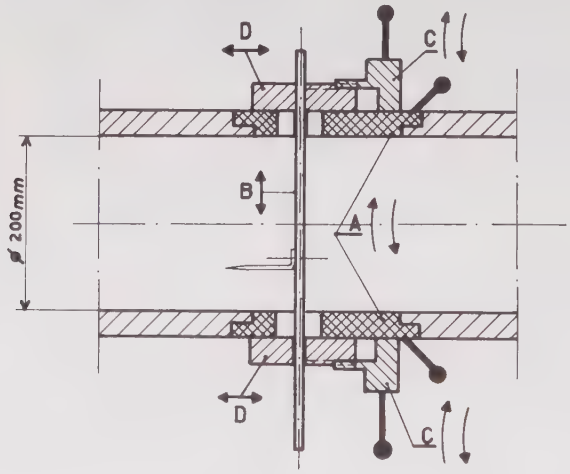


Figure 3 : Mouvements du porte-sonde

- Rotation autour de l'axe du tube par la couronne A.

- Mouvement le long d'un diamètre d'une section : tige B.

Ces deux mouvements permettent de placer l'élément sensible en n'importe quel point d'une section droite.

- Translation parallèle à l'axe du tube : la couronne C est immobile en translation. La couronne D, immobile en rotation, est solidaire de la tige B. La rotation de la couronne C entraîne par l'intermédiaire d'un filetage la translation de la couronne D, et donc, de la tige B. L'amplitude possible du mouvement de translation est de 5 cm.

Les mesures du déplacement de la sonde sont effectuées de la façon suivante :

- Par un vernier pour la rotation de la couronne A ;
- Par un comparateur pour la translation de la couronne D ;
- Par un vernier pour la tige B.

On obtient une précision de 1/50ème de mm.

La sonde est fixée par écrou et boulon sur la tige B (fig. 4).

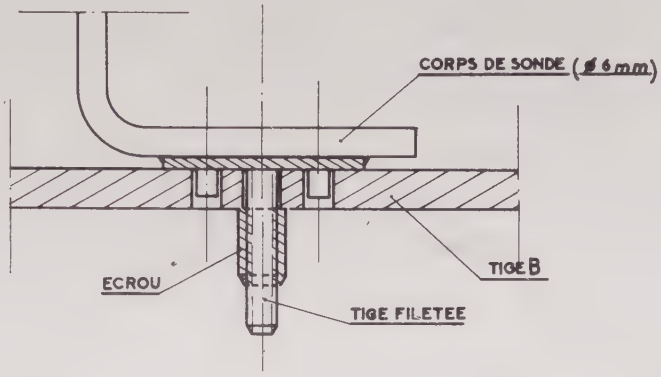
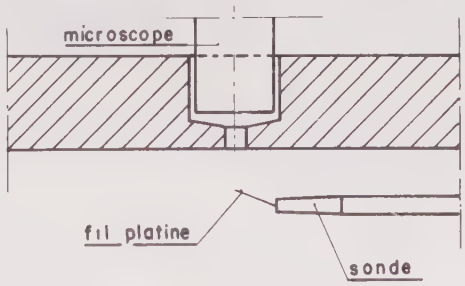


Figure 4 : Fixation de la sonde.

Lorsque la sonde considérée est la sonde thermométrique, il est nécessaire de connaître sa distance à la section où sont disposées les sources de chaleur. On a percé dans le tube un orifice (diamètre 8/10es de mm) dont la distance à la section des sources de chaleur est bien connue. On amène le fil de platine (élément sensible de la sonde) en face de l'orifice.

La visée est faite au microscope (schéma ci-dessous).

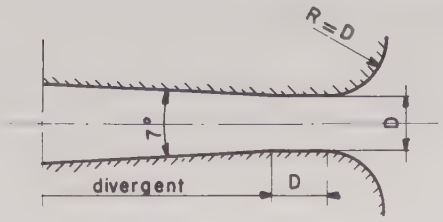


En opérant de cette façon, on pense connaître la distance de la sonde thermométrique à la section des sources de chaleur à 0,1 mm près.

2.4 - Partie du circuit en aval de la zone de mesure

Elle comprend :

- Un tube de 2 m de long, prolongeant le tube de 10 m pour éviter toute discontinuité dans l'écoulement immédiatement après la zone d'essai. Ce tube est très léger (tôle mince). Il s'enlève facilement pour donner accès à la tige porte-sonde :



- Un col sonique en duralumin. C'est une tuyère convergente-divergente. L'angle au sommet du divergent vaut 7° (schéma ci-contre) ;

- Un raccordement, avec vanne d'isolement, au circuit du ventilateur du sous-sol.

B - SOURCE DE CHALEUR

A priori, la source de chaleur idéale doit avoir les qualités suivantes :

- Etre de dimensions négligeables, pour ne pas perturber l'écoulement ;

- Etre capable de transmettre assez de chaleur à l'air pour effectuer des mesures précises. On utilise le chauffage par effet Joule.

En réalité et très rapidement, on se rend compte que la source choisie doit aussi être suffisamment rigide pour ne pas s'agiter en tous sens dans l'écoulement (vitesse moyenne dans notre cas : 20 à 50 m/s).

C'est cette dernière condition qui a imposé le type de la source de chaleur. La confection d'une source-cercle rigide, concentrique au tube, pose des problèmes inextricables (*). De même, une source-point ne peut se concevoir pratiquement que sous la forme d'un fil métallique avec, en un point, une diminution importante de diamètre. A moins de recourir à des diamètres importants, il est probable qu'en tendant le fil, on le cassera à l'endroit de la source (*).

Même avec des sources de chaleur linéaires, solution que nous avons choisie, le problème n'est pas simple. Townsend [12] indique "qu'il est impossible de tendre un fil de 38 cm de long et de 0,025 mm de diamètre de telle façon que l'amplitude de son mouvement soit inférieure à 1 cm" [pour une vitesse de l'écoulement de 12,40 m/s]. Nos fils ont 0,1 mm de diamètre et 20 cm de long, mais la vitesse de l'écoulement va de 20 à 50 m/s.

L'utilisation du cuivre, du platine, de l'argent est impossible. Seul le tungstène se laisse tendre suffisamment sans casser. Le tungstène ne se soude pas et brûle dans l'air lorsqu'on le porte au rouge. Cela oblige :

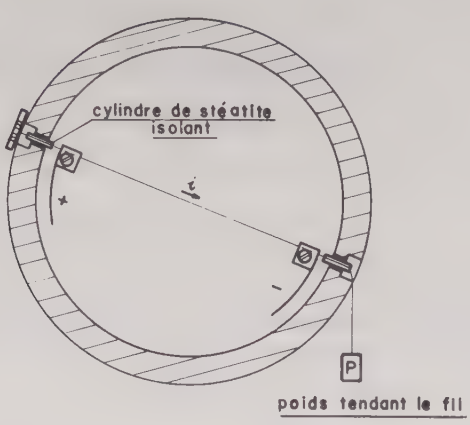
a) A alimenter électriquement le fil à l'intérieur du tube. Sinon les parties du fil traversant le tube et à l'extérieur du tube rougissent et brûlent ;

b) A le raccorder à l'alimentation électrique par l'intermédiaire de minuscules vis (cf. schéma ci-après).

L'intensité du courant traversant le fil est voisine de 2 - 3 A. La tension aux bornes de 20 cm du fil est de l'ordre de 1,5 V (W = 3 - 4,5 watts).

La température du fil chauffant mesurée par sa variation de résistance est comprise entre 100 et 200°C.

(*) Pour les vitesses de l'air utilisées ici



Montage du fil chauffant

L'élévation de température maximale à 1 cm du fil, pour la vitesse de l'écoulement la plus faible, est 1,5°C pour les mesures faites derrière la source placée suivant un diamètre. Cette élévation de température maximale est de 0,3 à 0,5°C à 5 cm du fil (mesure la plus éloignée du fil).

Afin de maintenir pendant toute la mesure un courant d'intensité constante dans le fil chauffant, on alimente celui-ci à l'aide d'accumulateurs à grande capacité.

Chapitre III

Instruments de mesure

A - MESURES DE VITESSE

Il est nécessaire de bien connaître les caractéristiques de l'écoulement où l'étude sur la diffusion thermique est entreprise. Nous avons effectué des mesures de profil de vitesse. On a utilisé pour cela un tube de Pitot.

1 - MESURE DES PRESSIONS STATIQUES ET TOTALES (fig. 5).

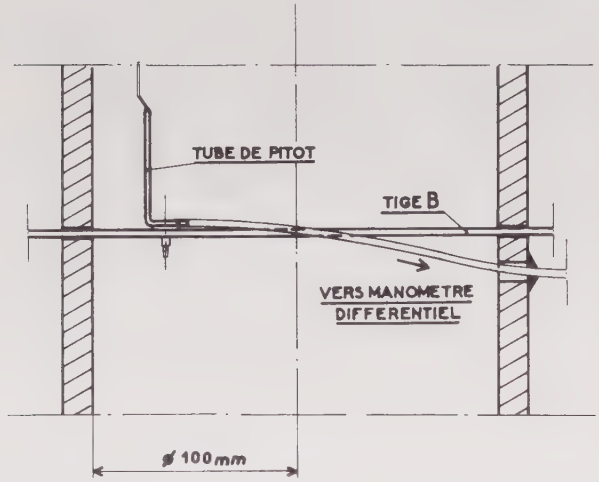


Figure 5 : Mesure de la pression totale.

La mesure de la pression totale est effectuée par l'intermédiaire d'un tube de Pitot de diamètre extérieur 1 mm et de diamètre intérieur 0,6 mm (sonde hypodermique). L'extrémité de ce tube est cylindrique à bords francs. La mesure de pression statique est effectuée à la paroi.

La différence de ces deux pressions est mesurée par un manomètre différentiel type Fortier. Le liquide manométrique utilisé est de l'alcool à 90° GL, dont la densité, mesurée préalablement, est de 0,83.

On amortit les fluctuations de la pression totale en plaçant un tube capillaire entre le tube de Pitot et le manomètre.

La pression statique, mesurée à la paroi, est très stable.

La distance à la paroi est mesurée à partir d'une position du tube de Pitot servant de référence. En effet, on peut déterminer, par visée optique, avec une précision un peu meilleure que 1/10ème de mm, la position du tube de Pitot quand celui-ci vient effleurer la paroi. On remarquera néanmoins qu'une erreur de 1/20ème de mm peut être importante pour des mesures faites très près de la paroi.

2 - CORRECTIONS

On a envisagé deux types de correction :

2.1 - Correction sur la position de la sonde de pression totale

Près de la paroi, les mesures sont faites dans un écoulement à gradient de vitesse élevé. Il est possible alors que la pression moyenne mesurée par la sonde ne corresponde pas à la vitesse du filet fluide dont l'axe est confondu avec l'axe de la sonde. Le centre effectif de la sonde (tube de Pitot) est ainsi déplacé du côté des vitesses les plus

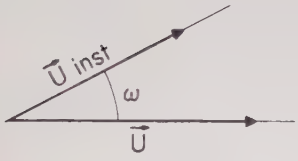
élevées, c'est-à-dire vers le centre de la section. Appelons δ ce déplacement et D le diamètre extérieur de la sonde. Une étude très complète effectuée par Barat [17] montre que :

$$\delta = kD \qquad \text{avec} \qquad 0,16 < k < 0,20$$

Nous avons utilisé ici k = 0,2 D (afin d'arrondir les chiffres).

2.2 - Correction de turbulence

Très récemment encore, l'influence de la turbulence sur les mesures au tube de Pitot était mal connue. La plupart des expérimentateurs considéraient qu'à vitesse moyenne égale, la turbulence augmentait la pression totale mesurée. A vrai dire, peu de mesures avaient été faites à ce sujet et au moins l'une d'entre elles indiquait le contraire [18].



Il semble bien que le problème ait été résolu par Barat [17]. Ce dernier considère le vecteur vitesse instantanée en un point : ce vecteur fait avec le vecteur vitesse moyenne un angle, fonction du temps (schéma ci-contre). On peut démontrer que la loi $\omega(t)$ est une loi de Gauss dont l'écart-type est lié aux paramètres de la turbulence. Si l'angle ω prend des valeurs importantes, la sensibilité directionnelle de la sonde joue. Ainsi, la pression totale mesurée devient alors plus faible que celle qui serait mesurée en régime laminaire pour la même vitesse moyenne :

$$P_{\text{tot. mes.}} < P_{\text{stat.}} + \frac{1}{2}\rho\,\bar{U}^2$$

On conçoît que la correction dépende essentiellement de la sensibilité directionnelle de la sonde, donc de sa forme et de ses dimensions.

Dans notre cas, sonde cylindrique de section circulaire terminée à bords francs, diamètre extérieur 1 mm, diamètre intérieur 0,6 mm, Barat a établi que la correction est négligeable pour une intensité de turbulence inférieure à 10 % (correction inférieure à 0,1 %).

Dans un tube lisse, et aux nombres de Reynolds considérés, l'intensité de la turbulence est toujours inférieure à 10 % [19]*. Ainsi n'avons-nous pas effectué de correction de turbulence.

2.3 - Corrections diverses

Aucune autre correction n'a été effectuée. En particulier, la correction due à la compressibilité est négligeable.

2.4 - Précision escomptée

Elle dépend surtout de la distance à la paroi. Celle-ci n'est connue qu'au vingtième de mm près environ. De plus, on lui applique une correction approximative (cf. § 2, 1). On peut considérer :

- Que pour le premier point de mesure, à 0,5 mm de la paroi (soit D/400), la vitesse sera connue à 10 % près ;

- Que pour les points de mesure situés à des distances inférieures à 3 mm (soit 3 D/200), l'erreur peut encore être de l'ordre de 1 à 2 % ;

- Plus loin de la paroi, l'erreur devient rapidement inférieure à 1 %. Il devient d'ailleurs illusoire de l'exprimer.

---

* Sauf très près de la paroi, dans des zones où nous n'avons pas fait de mesures.

En effet, la quantité mesurée n'est définie qu'à 0,3 %. On a constaté en effectuant les mesures que de très légères dissymétries de l'écoulement, variables avec le temps, conduisent à des variations de vitesses d'amplitude maximale 0,3 % [cf. chapitre IV § A - 2].

On admet qu'à partir de 5 mm de la paroi (D/40), la précision des mesures devient meilleure que 0,3 %, étant alors supérieure à la précision de définition de la quantité mesurée.

B - MESURE DES TEMPÉRATURES. THERMOMÈTRE À RÉSISTANCE

1 - GÉNÉRALITÉS

L'exploration du sillage thermique d'un fil très fin dans un écoulement turbulent exige la mise au point d'un thermomètre à caractéristiques assez particulières. Nous allons les indiquer brièvement ici :

1/ Le sillage thermique exploré a une très petite largeur : quelques mm au plus. Il faut que le thermomètre choisi soit capable de donner la température d'une zone d'encombrement très faible (quelques dizaines de microns au plus) ;

2/ L'augmentation de température maximale créée par le fil chauffant est faible : de l'ordre du °C au maximum. Le thermomètre choisi devra être capable de mesurer ces augmentations de température très faibles avec une très grande précision ;

3/ Il faut que le thermomètre soit assez petit pour ne perturber ni l'écoulement, ni le champ thermique.

Nous avions le choix entre trois types de thermomètres :

- Un thermocouple très petit ;
- Un thermomètre à thermistance ;
- Un thermomètre à résistance, la partie sensible étant constituée par un fil de platine d'un demi-millimètre à un millimètre de longueur et de quelques microns de diamètre.

Dans les deux derniers cas, la méthode de mesure est une méthode de zéro : on place la partie sensible dans une branche d'un pont de Wheastone ou de Muller. Cette méthode peut être très précise. Cependant, on ne peut pas choisir le thermomètre à thermistance : la partie sensible a, au minimum, un encombrement de 0,2 mm, ce qui est beaucoup trop grand. Ces considérations, jointes au fait qu'il est très difficile de fabriquer un thermocouple de très petites dimensions, nous ont fait choisir le thermomètre à résistance miniature.

La mise au point du thermomètre nous a été simplifiée par les considérations suivantes :

1/ On se propose de mesurer les augmentations de température créées dans l'écoulement par un fil chauffé électriquement. Pour cela, il suffit de mesurer la différence de température en un point, fil chauffant parcouru par un courant, puis courant coupé. Cette mesure est faite, la sonde restant immobile par rapport à l'écoulement. Un certain nombre de phénomènes parasites : sensibilité de la sonde aux vitesses de l'air, température d'arrêt, etc... deviennent sans effets.

D'autre part, si on ne mesure que des différences de température, il est inutile d'étalonner la sonde par rapport à une échelle de température donnée.

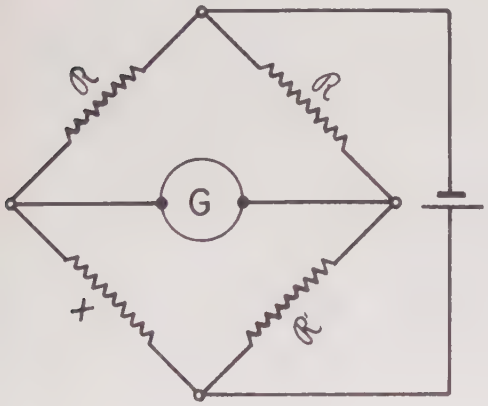
2/ L'intervalle de température où les mesures sont effectuées est faible : pratiquement de 15 à 25°C (température ambiante). Les différences de température mesurées seront au plus de 1,5°C. On pourra considérer que la résistance de platine varie linéairement avec la température.

3/ On peut constater que les équations qui régissent les phénomènes étudiés (équations calorifiques telles que 1 - 3 ou lois de dispersion de la chaleur telles que 1 - 15) sont homogènes en température. Ainsi, il n'est pas nécessaire de mesurer des températures en degrés Celsius, il suffit de mesurer des quantités proportionnelles à ces écarts de température.

Townsend [12] a construit un thermomètre à résistance suivant des idées analogues.

2 - PRINCIPE DE L'APPAREIL

La partie sensible est un fil de platine d'un demi-millimètre de long et de 4 μ de diamètre. Sa résistance est d'environ 6Ω. Elle varie linéairement avec la température.



Ce fil est placé dans une des branches d'un pont de Muller (schéma ci-contre).

On ajuste la résistance $\mathcal{R}'$, variable, de telle façon que pour la température origine, la résistance $\mathcal{R}'$ soit égale à la résistance de la sonde. Soit $\mathcal{R}' = X$.

Si la sonde est portée à une température T, sa résistance X vaudra :

$$X = \mathcal{R}' (1 + \alpha T)$$

Le pont de Muller sera alors déséquilibré. Appelons i le courant qui passera dans le galvanomètre et I le courant qui passera dans la sonde, on a :

$$i = \frac{I(X - \mathcal{R}')}{X\left(\frac{G}{\mathcal{R}} + 2\right) + G} \qquad \text{(III - 1)}$$

avec G : résistance du galvanomètre

et $\mathcal{R}$: résistance égale des deux autres branches du pont de Muller.

- On peut considérer I comme constant. D'une part, on alimente le pont de Muller avec un accumulateur à grande capacité. D'autre part, $\mathcal{R} >>$ (Variations de X). $\mathcal{R} \simeq 500\Omega$. Variations de $X \sim 1/100\ \Omega$.

Ainsi

$$I \cong \frac{E}{\mathcal{R} + \mathcal{R}'} \cong C^{te}$$

- On peut considérer

$$X\left(\frac{G}{\mathcal{R}} + 2\right) + G = C^{te}$$

G ≫ Variations de X. G ~ 200Ω. Variations de X ~ 1/100Ω.

$$X\left(\frac{G}{\mathcal{R}} + 2\right) + G = 2,4\ X + G \sim C^{te}$$

Donc

$$i = k_1\ (X - \mathcal{R}') = k'_1\ T \qquad \text{(III - 2)}$$

d'où :

L'intensité passant dans le galvanomètre est proportionnelle à la différence de température avec la température d'origine.

Le passage d'un courant i dans le galvanomètre fait tourner le cadre d'un angle ψ. A cette rotation ψ correspond un déplacement du spot sur le cadran de g graduations.

On a, rigoureusement :

$$\psi = k_2\ i \qquad \text{(III - 3)}$$

et :

$$g = k_3\ tg\ \psi$$

Dans nos mesures, on a $\psi \ll 10$ degrés d'angle.

On peut écrire alors $g = k_3\ \psi$ (III - 4) avec, au plus, une erreur de 1 %. Des relations (III - 3) et (III - 4), on tire :

$$\boxed{g = k_4\ T} \qquad \text{(III - 5)}$$

Si nous voulons mesurer une quantité proportionnelle à la différence de température $T_1 - T_2$, il nous suffira de mesurer la différence $g_1 - g_2$. L'erreur sera faible et au plus égale à 1 % pour les différences de températures les plus importantes.

Nous allons étudier plus en détail maintenant les caractéristiques et la réalisation pratique de cet appareil.

3 - DIMENSIONS DE LA ZONE DU FLUIDE DONT ON MESURE LA TEMPÉRATURE

On peut démontrer que l'augmentation de température mesurée est celle subie par une zone d'une dizaine de microns d'encombrement et centrée au centre du fil. Soit un fil de longueur l, placé sur un axe Ox et centré en O.

On pose :

- X_o : résistance du fil de platine à une température T_o. On portera le fil à des températures T telles que $T - T_o < 2°C$. Sa résistance sera alors notée X ;
- r_o : résistance du fil par unité de longueur à la température T_o.

Posons que la température du fil en un point d'abscisse x est T(x). La résistance du fil sera :

$$X = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} r_o \, [1 + \alpha \, (T(x) - T_o)] \, dx \qquad \text{(III - 6)}$$

Si T_c est la température au centre du fil, on a :

$$T(x) = T_c + x \, T'_c + \frac{x^2}{2'} \, T''_c + \ldots$$

Ainsi, on a :

$$X = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} r_o \left[(1 + \alpha \, (T_c - T_o) + \alpha x \, T'_c + \frac{\alpha x^2}{2} \, T''_c + \ldots \right] dx$$

On remarquera que tous les termes en puissance impaire de x conduiront à un terme nul. Ainsi, la relation (III - 6) peut se mettre sous la forme :

$$X = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} r_o \, [1 + \alpha \, (T_c - T_o)] \, dx + r_o \left[\frac{\alpha x^2}{2} \, T''_c + \frac{\alpha x^4}{4} \, T^{IV}{}_c + \ldots \right] dx$$

Si nous prenons

$$X = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} r_o \, [1 + \alpha \, (T_c - T_o)] \, dx$$

ce qui revient à considérer que le fil est tout entier à la température de son centre, nous ferons une erreur relative de l'ordre de :

$$\text{Erreur} = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{r_o \, \alpha \frac{x^2}{2!} \, T''_c + r_o \, \alpha \frac{x^4}{4!} \, T^{IV}{}_c + \ldots}{r_o \, l \, [1 + \alpha \, (T_c - T_o)]}$$

On vérifierait aisément que dans la série figurant au numérateur, le rapport de deux termes consécutifs a comme ordre de grandeur $n!/(n+2)!$. Ainsi, prendrons nous comme valeur approximative de l'erreur :

$$\text{Erreur} = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} r_o \, \alpha \frac{x^2}{2} \, T''_c}{r_o \, l \, [1 + \alpha \, (T_c - T_o)]} \sim \frac{r_o \, \alpha \, \frac{l^3}{24} \, T'_c}{r_o \, l} \sim \alpha \frac{l^3}{24} \, T''_c \, .$$

Imposons-nous cette erreur $< 10^{-3}$ - $l = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$ m - $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$. Le calcul conduit à $T''_c < 32 \cdot 10^6 °C/m^2$ ou $T''_c < 32 °C/mm^2$.

Dans le champ thermique où nous opérons, jamais la dérivée seconde de la température n'atteindra de telles valeurs. Nous mesurerons donc bien une augmentation de température dans une zone d'encombrement très faible : ses dimensions maximales sont inférieures à dix microns.

4 - ANALYSE DES DIVERSES CAUSES D'ERREURS

Il faut constamment se rappeler que notre but est uniquement d'explorer le sillage thermique d'un fil chauffé électriquement. Pour cela, il suffit de mesurer la différence de température en un point du fluide, fil chauffant parcouru par un courant, puis courant coupé. Durant cette opération la sonde reste immobile et la vitesse moyenne du fluide reste la même. Ces considérations ont supprimé un certain nombre de problèmes.

4.1 - Contraintes subies par le fil de platine (du fait de la vitesse du fluide)

Soit X la résistance de la partie sensible de la sonde.

On pose

$$X = X_0 (1 + \alpha T) \qquad \text{(III - 7)}$$

Le fil subit-il des contraintes (dues à la vitesse du fluide) susceptibles de faire varier α ? (Ces contraintes peuvent faire varier X_o, cela ne joue pas dans nos mesures, car l'erreur correspondante est très faible).

- Expérimentalement : nous avons effectué des mesures (figure 6) montrant que pour une vitesse constante, la relation (III - 7) était vérifiée avec α indépendant de cette vitesse moyenne. Nos mesures ont été faites jusqu'à U = 44 m/s.

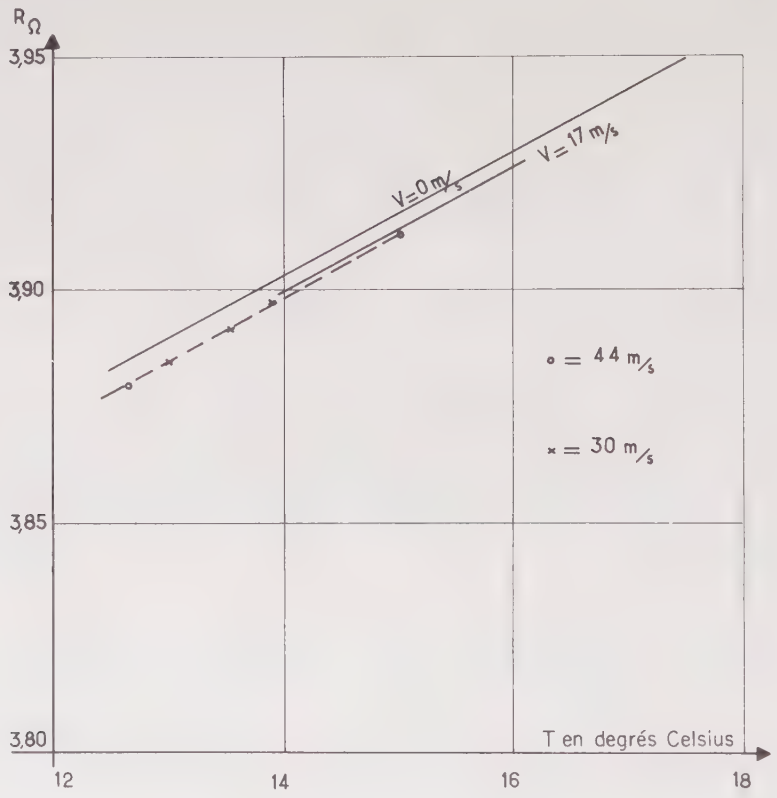
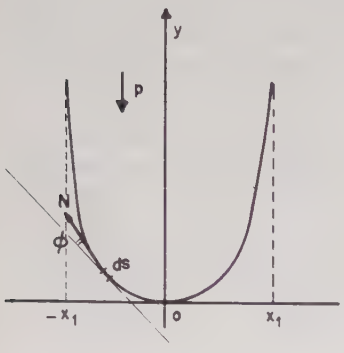


Figure 6

- Théoriquement : *a priori* α ne peut être fonction que de la composition du métal et de sa structure cristalline (pour une température donnée). Cette structure cristalline ne pourrait se modifier que si les contraintes subies par le fil approchaient de la limite élastique du platine. Nous allons montrer que ce n'est pas le cas (*)



Soit N l'effort longitudinal auquel est soumis le fil, p la pression linéaire due à l'air en mouvement. On a : (schéma ci-contre). $N d\varphi = p\, d\, s$ d'où :

$$y = \frac{N}{P}\left[\operatorname{ch} \frac{P}{N} x - 1 \right]$$

(équation de la chaînette). La longueur du fil, si ses extrémités sont aux abscisses de x_1 et $-x_1$ est :

$$s = 2 \frac{N}{p} \operatorname{sh} \left(\frac{p}{N} x_1 \right)$$

L'allongement est :

$$\frac{2 x_1 - 2 \frac{N}{P} \operatorname{sh} \left(\frac{P}{N} \right) x_1}{2 x_1} = \frac{N}{E} \times \frac{1}{S}$$

E : Module d'Young

S : aire d'une section droite du fil.

d'où

$$2 \frac{N}{P} \times \frac{p^3}{N^3} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2 x_1} \simeq \frac{N}{E} \times \frac{1}{S}$$

et

$$N^3 = p^2 x_1^2 \frac{SE}{6} \qquad \text{or} \qquad p = K.\ S' \frac{\bar{U}^2}{2}$$

avec

K = 2,6 (R_e du fil = 10)

S' = Surface faisant obstacle à l'écoulement.

Prenons $\bar{U}$ = 40 m/s. Cela conduit à $p = 11.\ 10^{-3}$ N/m.

et $$N = 3,4.\ 10^{-4}\ N$$

On trouve $N/S = 6,8$ N/mm^2. Or, la limite élastique du platine est 140 N/mm^2. On en est loin.

4.2 - Echauffement dû au passage d'un courant de mesure

Le courant d'intensité I (cf. § 2) traversant la partie sensible de la sonde l'échauffe. Sa température est alors supérieure à la température de l'air d'une quantité ΔT. ΔT est fonction :

(*) Le calcul est fait en considérant le fil de platine comme un câble. Il néglige l'inertie du fil. On remarquera néanmoins que le rapport $\frac{\text{longueur du fil}}{\text{diamètre}} = 250$, ce qui justifie l'approximation faite.

- De I : I peut être considéré comme constant : on alimente le pont de Muller par accumulateurs à grande capacité (cf. § II).

- Le nombre de Reynolds moyen du fil est compris entre 5 et 15 : nous sommes dans le domaine de validité de la loi de King. ΔT n'est fonction que du nombre de Reynolds. Or ce nombre reste rigoureusement constant durant une mesure : la sonde est immobile.

Ainsi, $\Delta T = C^{te}$ pendant une mesure.

Néanmoins, nous l'avons limité à quelques degrés Celsius : sa valeur moyenne est bien constante, mais la turbulence fait fluctuer sa valeur instantanée, ce qui rend les mesures plus difficiles.

Sur la figure 7, on voit en abscisse l'intensité I du courant dans le fil de platine et en ordonnées, l'augmentation de résistance correspondante du fil de platine, ceci pour différentes vitesses de l'air. La résistance du fil de platine sans courant de passage ne peut évidemment pas être connue; ainsi la résistance de référence est-elle mesurée à l'aide du courant d'intensité minimale permettant des mesures correctes. On peut néanmoins extrapoler les courbes et en déduire les augmentations totales de résistance. C'est ce qui a été tenté figure 7. On a également indiqué les augmentations de température correspondant aux augmentations de résistance.

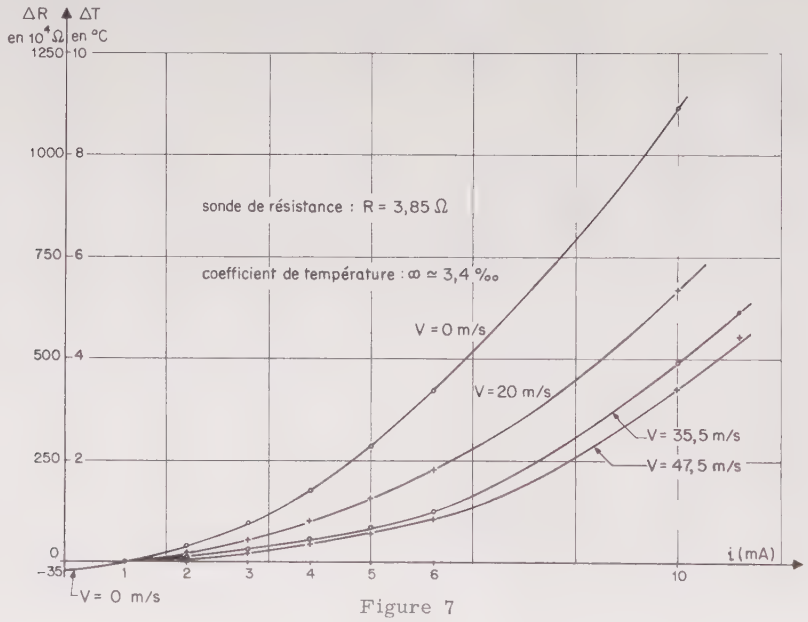


Figure 7

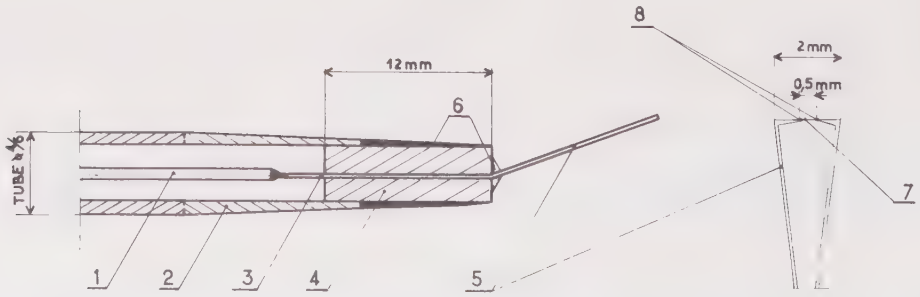


Figure 8 : 1/ Fils d'amenées en Cu - 2/ Corps de sonde en Ac. inox - 3/ Fils platine ⌀ 8/10 - 4/ Bloc de stéatite - 5/ Broches support - 6/ "sintofer" profilé - 7/ Fil Wollaston - 8/ Gouttes de soudure.

D'une façon générale, nous emploierons I = 2 ou 3.10^{-3} A. Cette valeur conduit à un chauffage parasite du fil de platine inférieur à 1°C pour la vitesse de l'air la plus faible (20 m/s).

4.3 - Thermocouples parasites

Les deux fils supportant le fil sonde sont en platine jusqu'à une distance telle que les gradients de température aient disparu. A cette distance seulement se placent les deux jonctions platine-cuivre (cf. figure 8).

4.4 - Résistances d'amenées

Une mesure dure un quart d'heure au plus. Durant un si court laps de temps, la température ambiante peut être considérée comme constante. Néanmoins, nous employons des fils d'amenées et de liaisons de diamètres importants :(ϕ = 8/10 mm).

4.5 - Erreurs dues à la présence de la sonde dans l'écoulement

Cf. figure 8 - Il y a vraisemblablement des modifications dans le réseau d'isothermes du fait de la présence du thermomètre. Pour réduire l'erreur, on procède comme suit :

- On réduit fortement les branches supports (extrémités en pointes) ;

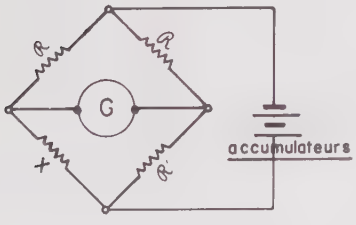
- On place le fil de platine (partie sensible de la sonde) parallèlement à la source linéaire de chaleur (donc aux isothermes). Pour réduire encore l'erreur, on place les extrémités des branches supports dans le prolongement du fil de platine.

4.6 - Influence de la température d'arrêt

Le fil, placé dans un écoulement d'air, modifie le champ des vitesses. On sait que la température d'arrêt est supérieure à la température de l'air de la quantité (*)

$$\Delta\bar{T} = \frac{U^2}{2\,C_p} \quad \text{ou} \quad \Delta\bar{T}\ (°C) = 5\ \left(\frac{\overline{U}}{100}\right)^2 \quad (U \text{ en m/s})$$

Cela n'a pas d'importance dans notre cas. Durant une des mesures de différence de température que nous effectuons, la vitesse de l'écoulement reste la même : $\Delta\bar{T} = C^{te}$. Ce que l'on mesure est bien la différence de température moyenne de l'écoulement en deux instants différents.



5 - RÉALISATION PRATIQUE

Le montage utilisé est rappelé ci-dessous. Voici les caractéristiques des différents appareils :

- Accumulateur de capacité 90 AH.

- Galvanomètre, sensibilité : 10^{-9} A. Résistance interne 200 Ω.

- Nous avons utilisé un pont de Muller dont la résistance variable $\mathcal{R}'$ permet l'équilibre à 10^{-4} près. En fait, pour garder le spot du galvanomètre visible, un équilibre à 10^{-3} près suffit.

(*) Compte non tenu de l'augmentation de température due au passage du courant de mesure.

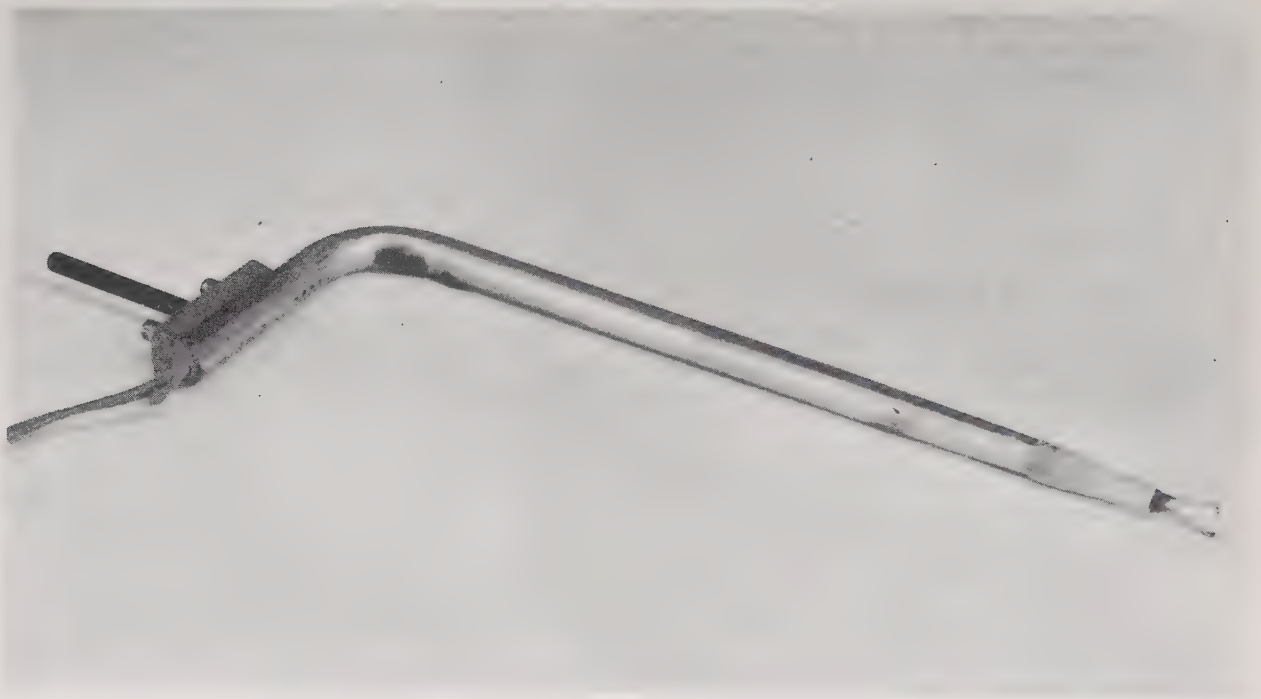


Figure 8 bis : Sonde de température.

Figure 8 ter : Tête de sonde de température.

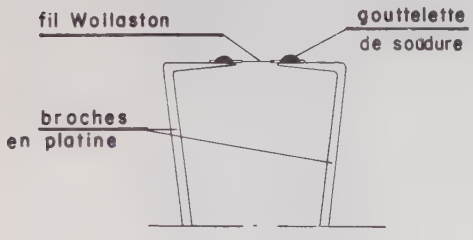
Pour le corps de sonde, on se rapportera aux figures 8 et 8 bis. Sa fabrication s'est révélée assez facile. On notera simplement que le type de stéatite choisie, (cf. figure 8) a un coefficient de dilatation égal à 1 % près à celui du platine.

Toutes les difficultés rencontrées proviennent de l'élément sensible, c'est-à-dire du fil de platine de diamètre 4 à 5 µ et de longueur 0,5 mm à 1 mm. Nous exposons ci-dessous en détail les points où ces difficultés ont été rencontrées.

On rappelle que le fil de platine utilisé existe dans le commerce gaîné d'argent de telle façon que le diamètre total soit de plusieurs dizaines de microns (fil Wollaston).

Dans notre cas, on soude d'abord le fil Wollaston sur les broches de la sonde (schéma ci-dessous). Puis on décape l'argent par jet d'acide nitrique dilué sous faible tension continue. On trouvera [32 et 33] d'autres descriptions de ces différentes opérations (soudure et décapage de fil Wollaston).

5.1 - Soudure sur les broches (cf. schéma ci-dessous)



On dépose sur chacune des deux broches une gouttelette de solution de soudure d'étain-plomb. On place le fil Wollaston puis on soude avec un fer à souder ordinaire. Il faut éviter de projeter de la soudure sur la partie centrale du fil Wollaston destinée à être décapée : le plomb et l'étain se décapent beaucoup moins facilement.

5.2 - Décapage

Le principe du décapage par jet d'acide nitrique dilué et sous faible tension continue est maintenant classique. On trouvera figure 9 le schéma de l'installation utilisée. L'acide nitrique est dilué à 1 %. On alimente l'installation avec trois batteries d'accumulateurs de 6 volts. L'intensité obtenue est de l'ordre de 1 mA.

Il nous a paru à peu près impossible de décaper du fil Wollaston de diamètre extérieur 20 µ (diamètre du fil de platine intérieur 5 µ).

En ce cas, le fil de platine intérieur est mal protégé au cours des manipulations qu'il subit avant décapage et présente de nombreuses amorces de rupture. Il casse presque toujours pendant le décapage. On utilise maintenant du fil Wollaston de diamètre extérieur 60 µ (Ø platine 5 ou 4 µ).

Avec ce fil, il n'y a pratiquement plus d'échecs au décapage. Cela est dû aussi à l'utilisation d'un chariot de tour qui permet de déplacer lentement et avec précision la sonde de température (fig. 9).

5.2.1 - Influence du temps de décapage

Nous avons étudié la résistance et le coefficient α d'augmentation de cette résistance avec la température (*), d'un certain nombre de sondes obtenues après des temps de décapage différent. On observe :

(*) On rappelle la relation de définition de α :

$$\mathcal{R}(T) = \mathcal{R}(T_0)\,[1 + \alpha(T - T_0)]$$

$\mathcal{R}(T)$ et $\mathcal{R}(T_0)$ en Ω T et T_0 en °C

L'étude est faite ici la température ambiante α est alors sensiblement indépendante de T_0.

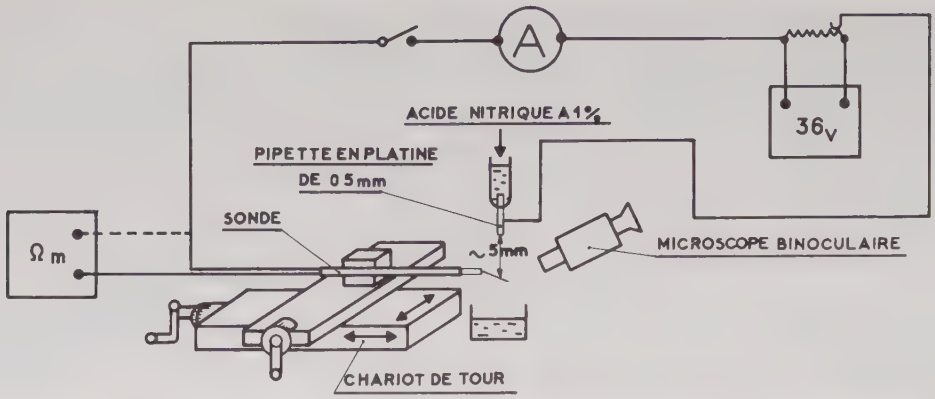


Figure 9 : Installation de décapage.

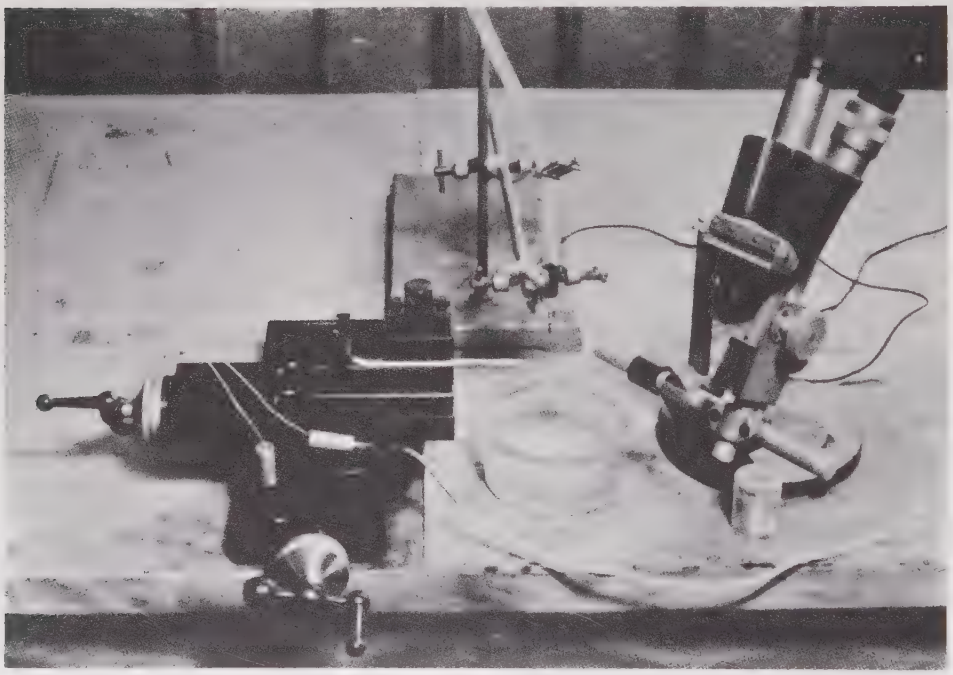


Figure 9bis : Installation de décapage.

a) D'une façon générale, la résistance semble augmenter légèrement avec le temps de décapage ;

b) Le coefficient α augmente nettement avec le temps de décapage et tend vers une limite. Ceci peut être expliqué de la manière suivante :

Le coefficient α^* du platine varie énormément avec la pureté de celui-ci (cf. [20]). Il est de 3,92 % pour le platine pur. 1 % d'impuretés métalliques le ramène généralement aux environs de 3 %.

Lorsque le décapage est arrêté rapidement, c'est-à-dire au bout de quelques secondes (à vue il semble alors terminé), le coefficient α est de 2,5 %. Ceci correspond, en gros, à 1,5 % d'impuretés.

Si le décapage dure plus longtemps, le coefficient α tend, pour le fil utilisé actuellement, vers 3,3 %, ce qui correspond à 0,5 % d'impuretés (voir tableau 1). Cette valeur est atteinte avec notre installation au bout d'environ 30 secondes.

La prolongation du décapage jusqu'à 30 secondes améliore donc la pureté du platine. Il y aura probablement élimination de l'argent de la gaîne extérieure ayant diffusé dans les couches superficielles du platine. Le fournisseur du fil nous a d'ailleurs certifié que la pureté du platine considéré était meilleure que 99,5 %.

5.2.2 - Influence de l'intensité du courant de décapage et de la dilution de l'acide nitrique

Nous n'avons pas observé d'influence de ces facteurs sur le résultat final pour des valeurs voisines de $i \sim 1$ mA et de $c \sim 1$ % NO_3H.

5.3 - Fidélité de la sonde thermométrique - Recuit du fil de platine

Notre but était de réaliser une sonde à la fois sensible et fidèle. Nous avons obtenu d'emblée une sonde extrêmement sensible, mais peu fidèle. Sa résistance variait de façon aléatoire avec le temps. Ces variations étaient en général lentes. Cependant, on ne pouvait même pas se baser sur ce fait, car elles s'accéléraient quelquefois sans raison apparente (par exemple : observation d'une variation de résistance de $10^{-2}\Omega$ sur une sonde de 6 Ω en une demi-heure, à température constante).

Certains réalisateurs de thermomètres à résistance de platine étalons, indiquent que pour obtenir un thermomètre fidèle, le platine utilisé doit être extrêmement pur et à structure cristalline stable [21].

- Nous avons étudié la pureté du platine utilisé. Ceci nous a amené à allonger le temps de décapage afin de faire disparaître toute trace d'argent (cf. § 4,21).

La fidélité des sondes augmenta un peu, mais était encore insuffisante.

- On est sûr maintenant que la cause principale des variations de résistance est le travail à froid auquel le platine a été soumis pour être réduit à un diamètre aussi faible. Le platine a subi un écrouissage vigoureux. On a observé, phénomène net pour quelques rares sondes, beaucoup moins pour d'autres, que le vieillissement augmentait la fidélité des sondes.

Il est plus simple d'effectuer un recuit du fil de platine. Pratiquement, on fait passer durant 30 secondes à une minute un courant électrique portant le fil au rouge clair (ordre de grandeur de l'intensité : 30 à 50 mA). Quoique les parties extrêmes trop proches du fil Wollaston non décapé et donc de capacité thermique beaucoup plus élevée, ne soient pas recuites, la fidélité d'une telle sonde est très bonne. Certains expérimentateurs préconisent également ce recuit, en général sans donner beaucoup de détails [16]).

On a essayé aussi de recuire le fil Wollaston au four. Mais après décapage, le platine est apparu recouvert d'une boue noirâtre difficile à faire disparaître (oxydation de l'argent ?). Ce procédé de recuit serait peut-être réalisable sous atmosphère contrôlée. Il ne nous a pas semblé possible de recuire au four le fil Wollaston décapé. Il faudrait pour cela placer toute la sonde dans le four et certains constituants de la sonde (par exemple : ciment chimique) seraient détruits.

Après recuit, la résistance du fil augmente toujours un peu, tandis que le coefficient α est amené aux environs de 3,45 %, même si le fil a subi un décapage court (figure 10). La première observation est en contradiction avec ce que l'on sait d'un métal écroui : sa résistance électrique est toujours un peu plus forte que celle du métal normal. Ceci nous amène à conclure que :

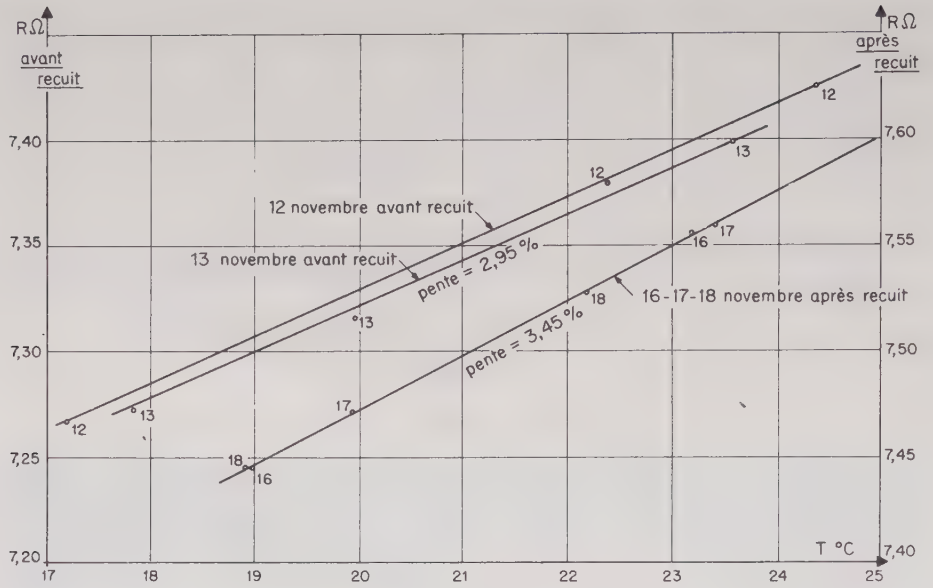


Figure 10

- Le recuit normalise la structure cristalline du platine ;

- Il assure également la pureté maximale du platine en faisant disparaître les traces superficielles d'argent. Dans notre cas, la pureté devient supérieure à 99,5 %, donc un peu supérieure à celle obtenue par un long décapage.

En conclusion, pour obtenir une sonde fidèle, il semble suffisant de lui faire subir un recuit : la durée du décapage est secondaire.

6 - QUALITÉS DE LA SONDE

6.1 - Sensibilité

Lorsque le spot du galvanomètre se déplace d'une graduation, à quelle variation de température Δt_{min} cela correspond-il ?

Appelons Δi_{min} la variation d'intensité correspondante dans le galvanomètre. On a (Equation III - 1)

$$\Delta i_{min} = \frac{I \mathcal{R}' \alpha' \Delta T_{min}}{G + \mathcal{R}' \left(\frac{G}{\mathcal{R}} + 2 \right)}$$

Dans notre cas :

$$I = 3.10^{-3} A \qquad \mathcal{R} = 6 \qquad \alpha = 3.10^{-3} \Omega / \Omega \times °C$$

$$\Delta i_{min} = 10^{-9} A$$

$$G = 200 \Omega \qquad \mathcal{R} = 600 \Omega.$$

$$\Delta T_{min} = \Delta i_{min} \left[G + \mathcal{R}' \left(\frac{G}{\mathcal{R}} + 2 \right) \right] \times \frac{1}{I\, \mathcal{R}' \alpha} \simeq \frac{1}{200} \text{ °C.}$$

C'est bien ce que nous avons observé.

Townsend [12] indique qu'il a atteint, avec un élément sensible analogue, mais en remplaçant le galvanomètre par un ensemble amplificateur-microampèremètre, une sensibilité de 10^{-3} °C.

6.2 - Fidélité

On place la sonde et un thermomètre à mercure dans deux cavités très voisines situées dans un bloc de cuivre calorifugé. On utilise des thermomètres à mercure donnant le 1/20°C avec certitude. En comparant avec ces thermomètres, on constate que ces sondes sont fidèles au moins au 1/20°C près durant toute leur vie (quinze jours au plus), du moins pour une utilisation à des températures voisines de l'ambiante.

6.3 - Précision

Les causes d'erreurs provenant de la vitesse de l'écoulement, sonde jouant en anémomètre, en jauge de contrainte, influence de la température d'arrêt, sont supprimées du fait de la méthode de mesure différentielle (avec ou sans chauffage de la source). Les autres corrections : résistances d'amenées, thermocouples parasites, etc... sont parfaitement négligeables.

La cause d'erreur la plus importante est celle qui provient de l'équation III - 4 (§ 2), qui suppose $\mathrm{tg}\,\psi = \psi$ (ψ est l'angle de déviation du cadre du galvanomètre).

En résumé : pour les différences de température mesurées les plus importantes, l'erreur sera de l'ordre de 1 % $\left(\frac{\mathrm{tg}\,\psi - \psi}{\psi} \sim 1\ \%\right.$ si $\psi \sim 10°$ est la valeur la plus grande prise par $\psi\left.\right)$. D'autre part, l'erreur absolue ne peut être inférieure à 1/200°C (seuil de sensibilité).

7 - CONCLUSION

Nous avons construit ce thermomètre pour mesurer les différences de température en un point donné du fluide à deux instant différents. Ce thermomètre est bien adapté à ce genre de mesure. Plus fragile qu'un thermocouple, mais aussi sensible qu'une thermistance, il donne des indications presque ponctuelles. Sa fidélité est maintenant très bonne.

Il faut néanmoins noter que toute cette étude se rapporte à des sondes utilisées aux températures voisines de l'ambiante ($0° < T < 50°C$). D'autre part, nous utilisons ces sondes, assez fragiles, exclusivement en atmosphère dépoussiérée. Une utilisation dans de l'air non dépoussiéré nous semble impossible.

Chapitre IV

Résultats et discussions

A - MESURE DE VITESSES

Ces mesures avaient pour but :

1/ De fournir les données numériques nécessaires à l'étude sur la diffusion thermique.

2/ Vérifier la symétrie axiale de l'écoulement.

1 - PERTES DE CHARGE LE LONG DU TUBE (voir figures 11 et 12)

Elles sont uniformes dès l'extrémité du premier tube (à 2,5 m de l'entrée, soit douze diamètres).

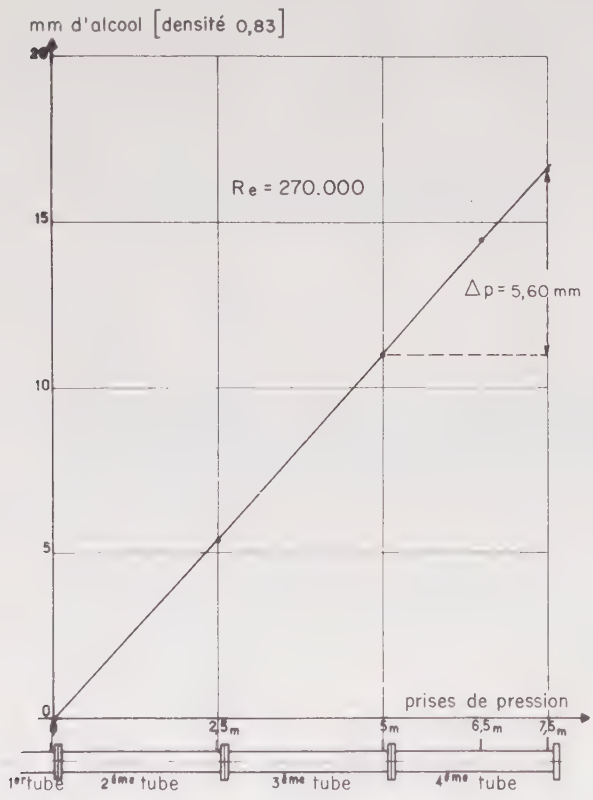


Fig. 11

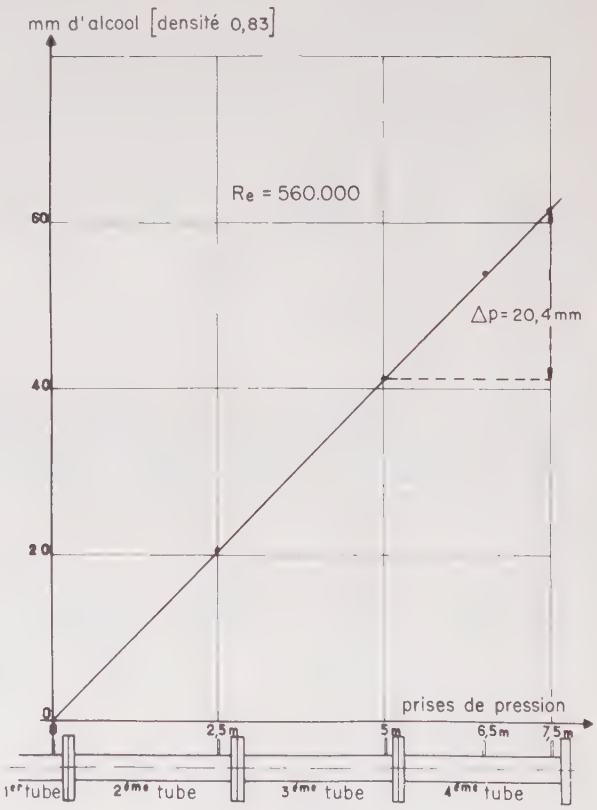


Fig. 12

Figures 11 et 12 : Dépression par rapport à la prise de pression du premier tube.

Ces pertes de charge augmentent d'une façon notable lorsque l'intérieur du tube est sali par des poussières. Les valeurs indiquées correspondent au tube propre.

1.1 - $R_e = 270\,000$

Température de l'écoulement : 20°C soit 293°K.

Pression statique à l'extrémité du tube (10 m de l'entrée) : 100 300 Pa.

Perte de charge sur les derniers 2,5 m : 5,60 mm d'alcool, soit :

$$5,60 \times 9,8 \times 0,83 = 45,5 \text{ Pa}$$

Soit pour 1 m de tube, une perte de charge de 18,2 Pa.

Ce qui nous permet de calculer :

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}$$

En effet, on a :

$$2\pi R \times \tau_o = \pi R^2 \frac{dP}{dz} \quad \text{d'où} \quad \tau_o = \frac{R}{2} \cdot \frac{dP}{dz} \quad \text{avec} \quad \frac{dP}{dz} = 18,2 \text{ Pa/m}$$

D'autre part,

$$\rho \cong 1,293 \times \frac{273}{293} \times \frac{100\,300}{101\,325} = 1,19 \text{ kg/m.}$$

Ce qui conduit à

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = 0,875 \text{ m/s.}$$

Il est d'usage de donner le rapport $\frac{u^*}{U_{max}}$. U_{max} mesuré ensuite (cf. § III) est égal à 24,3 m/s.

$$\frac{u^*}{U_{max}} = 3,6\ \%$$

1.2 - $R_e = 560\,000$

Température de l'écoulement : 18°C soit 291°K.

Pression dans la section de mesure : 98 700 Pa.

Perte de charge sur les derniers 2,5 m : 20,4 mm d'alcool, ce qui correspond à 66,4 Pa/m

$$\frac{dP}{dz} = 66,4 \text{ Pa/m}$$

D'autre part,

$$\rho = 1,293 \times \frac{273}{291} \times \frac{98\,700}{101\,300} = 1,18 \text{ kg/s}$$

Cela conduit à $u^* = 1,676$ m/s

Rapport $\frac{u^*}{U_{max}} = 3,375$ % (cf. § 3 - $U_{max} = 49,7$ m/s).

2 - SYMÉTRIE AXIALE DE L'ÉCOULEMENT (TABLEAUX 2 et 3)

Les mesures ont été faites suivant quatre rayons du tube (deux rayons longitudinaux, deux rayons verticaux). On a constaté que l'écoulement était symétrique avec une bonne approximation (0,2 à 0,3 % d'erreur au maximum).

Aucune influence de la pesanteur n'a été décelée. Par contre, il semble que les conditions d'aspiration aient une grande influence sur cette symétrie axiale d'écoulement.

Par exemple, l'écoulement peut devenir légèrement dissymétrique lorsque le papier-filtre placé sur le caisson d'aspiration se salit. On trouvera tableau 4 les relevés de vitesses sur les deux rayons horizontaux opposés, mesurés dans ce dernier cas.

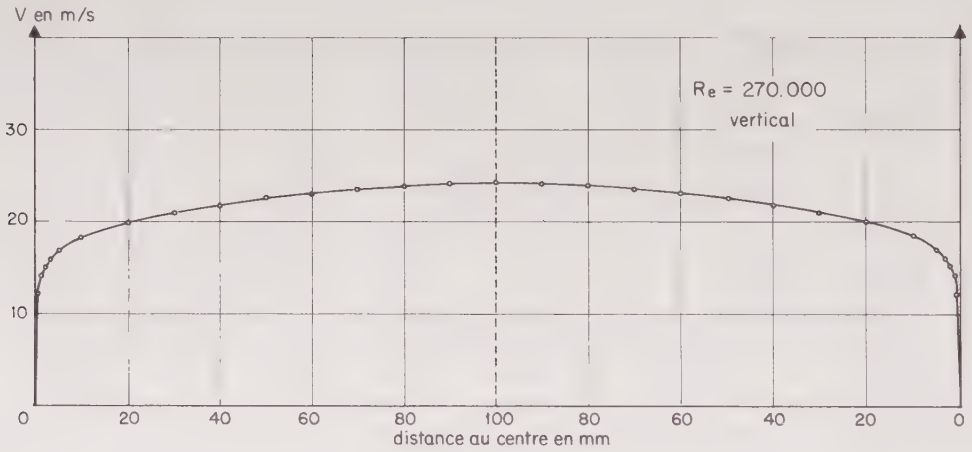


Figure 13

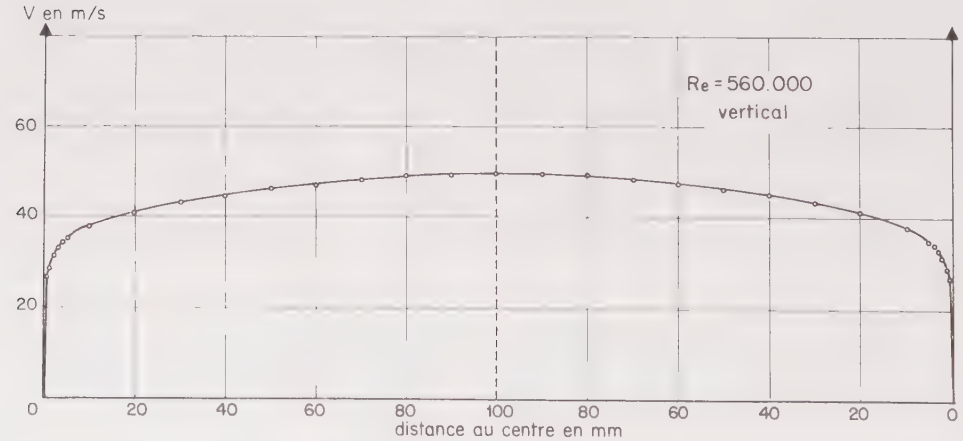


Figure 14

3 - PROFIL DÉS VITESSES (figures 13 et 14)

3.1 - Vérification des lois sur les profils de vitesse

On obtient deux types de lois :

- De la paroi (*) à une distance de celle-ci valant $\frac{15}{100}$ du rayon :

$$u^+ = 5,70 \log_{10} y^+ + 5,30 \qquad \text{pour} \qquad R_e = 560\,000 \text{ (fig. 16)} \qquad \text{(IV - 1)}$$

et

$$u^+ = 5,65 \log_{10} y^+ + 5,60 \qquad \text{pour} \qquad R_e = 270\,000 \text{ (fig. 15)} \qquad \text{(IV - 2)}$$

- Du centre à une distance à la paroi valant $\frac{15}{100}$ du rayon :

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = - 1 - 0,255 \left(\frac{x}{R}\right)^2 \qquad \text{pour} \qquad R_e = 560\,000 \text{ (fig. 18)} \qquad \text{(IV - 3)}$$

ou

$$\frac{\bar{U}_{max} - \bar{U}}{u^*} = 7,55 \left(\frac{x}{R}\right)^2 \text{ - (fig. 18 bis)}$$

et

$$\frac{\bar{U}}{U_{max}} = 1 - 0,28 \left(\frac{x}{R}\right)^2 \qquad \text{pour} \qquad R_e = 270\,000 \text{ (fig. 17)} \qquad \text{(IV - 4)}$$

ou

$$\frac{\bar{U}_{max} - \bar{U}}{u^*} = 7,8 \left(\frac{x}{R}\right)^2 \text{ - (fig. 17 bis)}$$

On sait [23] que les coefficients numériques de la loi $u^+ = A \log_{10} y^+ + B$ dépendent du nombre de Reynolds. Cependant, aux grands nombres de Reynolds ($R_e > 100\,000$), ils devraient tendre vers une limite. On obtient pour B deux valeurs un peu différentes 5,60 et 5,30. Les valeurs couramment admises varient de 4,9 (Klebanoff et Diehl, Ludwieg et Tillmann, Clauser cités par Hinze) [27]) à 5,5 (Nikuradse et Deissler cités par Mac Adams [21]). En réalité la valeur de B est difficile à obtenir expérimentalement. C'est l'ordonnée à l'origine d'une droite dont les premiers points connus sont éloignés de cette origine. Dans notre cas, la légère imprécision de la distance à la paroi (1/20ème de mm environ : cf. IV A1) entraîne une erreur probable sur B de ± 2 %.

On rapprochera les valeurs trouvées ici pour B de celle obtenue dans une expérience citée [22] (B = 5,68 pour R_e = 500 000).

3.2 - Calcul du débit

Il y a deux moyens de calculer le débit :

- En intégrant le profil des vitesses moyennes ;
- En utilisant l'expression du débit pour un col sonique.

(*) Aucune mesure n'a été effectuée pour $y^+ < 25$.

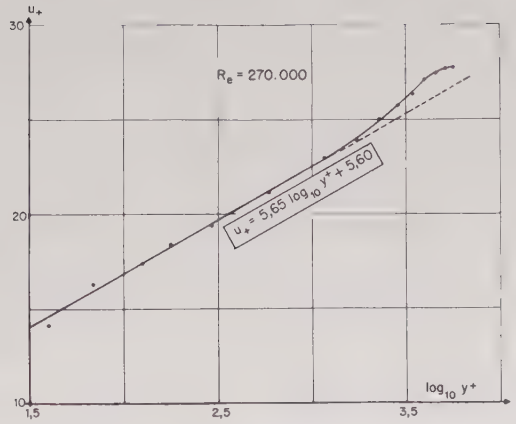


Figure 15

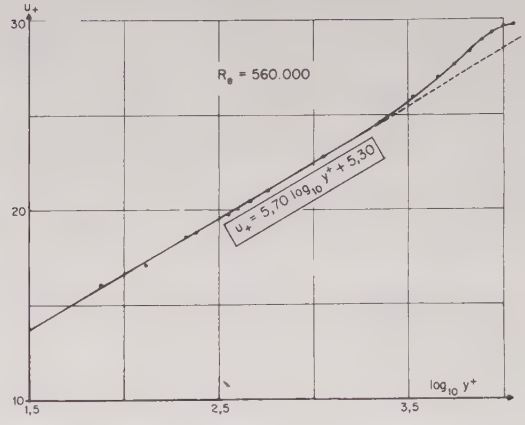


Figure 16

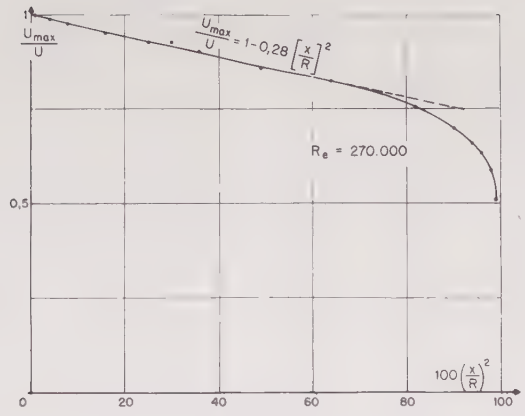


Figure 17

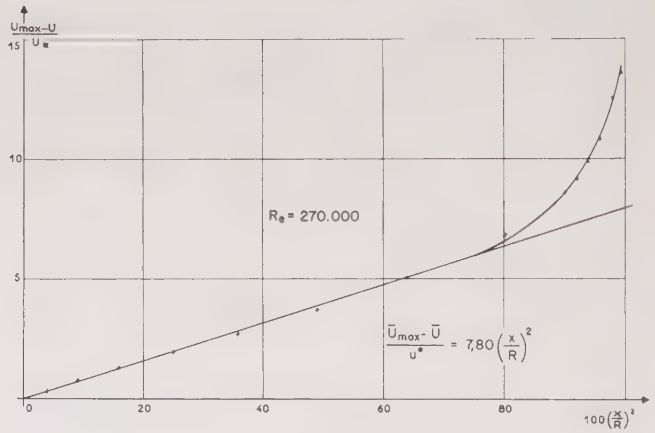


Figure 17 bis

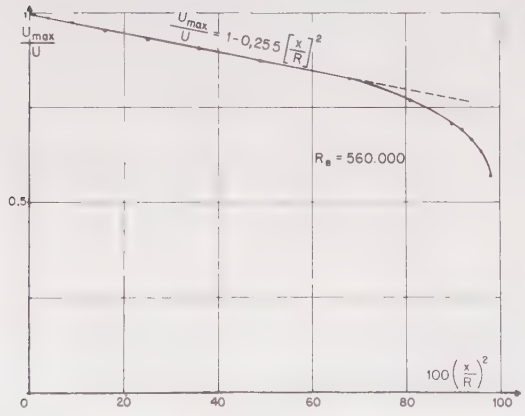


Figure 18

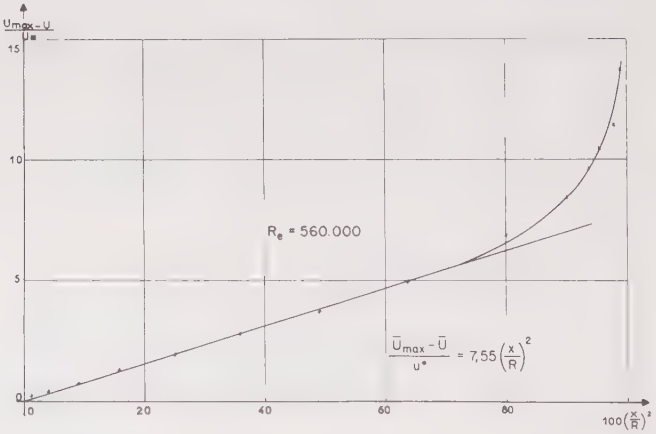


Figure 18 bis

3.2.1 - Débit déduit du profil des vitesses

- Du centre jusqu'à une distance égale à 0,85 R du centre, la vitesse moyenne est donnée par les relations (IV - 3) et (IV - 4).

- De 0,85 R du centre de la paroi, la vitesse moyenne est donnée par les relations (IV - 1) et (IV - 2). Ainsi :

$$q\,(m^3/s) = \int_o^{0,85\,R} 2\,\pi\,x\,\bar{U}_{max}\left[1 - C\left(\frac{x}{R}\right)^2\right]dx + \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,x\,u^*\left[A\,\log_{10}\frac{yu^*}{\upsilon} + B\right]dx$$

Dans la seconde expression : $x + y = R$

Appelons :

$$q_1 = \int_o^{0,85\,R} 2\,\pi\,x\,\bar{U}_{max}\left[1 - C\left(\frac{x}{R}\right)^2\right]dx = 2\,\pi\,\bar{U}_{max}\left[\frac{x^2}{2} - C\,\frac{x^4}{4R^2}\right]_o^{0,85\,R} \qquad (IV - 5)$$

et

$$q_2 = \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,x\,dx\,u^*\left[A\,\log_{10}\frac{y\,u^*}{\upsilon} + B\right]$$

avec $x + y = R$

$$q_2 = \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,x\,dx\,u^*\left[A\,\log_{10} y + A\,\log_{10}\frac{u^*}{\upsilon} + B\right] \qquad (IV - 6)$$

L'intégration de IV - 6 se mène en considérant les deux expressions :

$$- \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,dx\,u^*\left[A\,\log_{10}\frac{u^*}{\upsilon} + B\right] = 2\,\pi\,u^*\left[A\,\log_{10}\frac{u^*}{\upsilon} + B\right]\left[\frac{x^2}{2}\right]_{0,85\,R}^{R} \qquad (IV - 7)$$

$$- \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,x\,dx\,u^*\,A\,\log_{10} y = \int_{0,85\,R}^{R} 2\,\pi\,(R - y)\,dy\,A\,\log_{10} y \qquad (IV - 8)$$

On rappelle que :

$$\int \mathrm{Log}_e\, y = [y\,\mathrm{Log}_e\, y - y]$$

et

$$\int y\,\mathrm{Log}_e\, y = \left[\frac{y^2}{2}\,\mathrm{Log}_e\, y - \frac{y^2}{4}\right]$$

L'expression (IV - 8) devient :

$$u^*\,A\,\frac{2\,\pi}{2,30}\left[-\frac{y^2}{2}\left(\mathrm{Log}_e\, y - \frac{1}{2}\right)\right]_o^{0,15\,R} + \frac{u^*}{2,30}\,A\,2\,\pi\,R\,[y\,(\mathrm{Log}_e\, y - 1)]_o^{0,15\,R} \qquad (IV - 9)$$

Le débit total est $q = q_1 + q_2$

q_1 est donné par :

$$2\,\pi\,\bar{U}_{max}\left[\frac{x^2}{2} - C\,\frac{x^4}{4\,R^2}\right] \text{ avec } x = 0,85\,R \qquad (IV - 5)$$

q_2 est donné par :

$$2\,\pi\,u^*\left[A\,\log_{10}\frac{u^*}{\upsilon}+B\right]\left[\frac{x^2}{2}\right]_{0,85}^{R} \qquad \text{(IV - 7)}$$

$$+\,u^*\,A\,\frac{2\pi}{2,30}\left[-\frac{y^2}{2}\left(\mathrm{Log_e}\,y-\frac{1}{2}\right)+R\,y\,(\mathrm{Log_e}\,y-1)\right] \quad \text{avec} \quad y = 0,15\,R \qquad \text{(IV - 9)}$$

- $\underline{R_e = 270\,000}$ $\quad \bar{U}_{max} = 24,3$ m/s $\quad u^* = 0,875$ $\quad \upsilon = 15,1.\,10^{-6}$ [28]

$A = 5,65 \quad B = 5,60 \quad C = 0,28$

$q_1 = 0,4958\ m^3/s \quad q_2 = (0,2481 - 0,0981)\ m^3/s$

$q\ (m^3/s) = 0,6458\ m^3/s$

- $\underline{R_e = 560\,000}$ $\quad \bar{U}_{max} = 49,7$ m/s $\quad u^* = 1,676$ m/s $\quad \upsilon = 15.\,10^{-6}$ [28]

$A = 5,70 \quad B = 5,30 \quad C = 0,255$

$q_1 = 1,024\ m^3/s \quad q_2 = (0,498 - 0,189)\ m^3/s$

$q = 1,333\ m^3/s$

3.2.2 - Expression du débit donné par les relations sur les cols soniques

Le débit massique théorique du col sonique est de la forme [24]

$$q\ (kg/s) = S_c\,\rho_i\sqrt{\frac{\gamma\,p_i}{\rho_i}}\left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = S_c\,\rho_i\sqrt{\gamma\,r\,T_i}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \qquad \text{(IV - 10)}$$

S_c désigne l'aire de la section minimale de l'orifice, ρ_i la masse spécifique du gaz supposé parfait à la pression p_i et à la température absolue T_i qui règnent à l'amont du col sonique, γ le rapport des chaleurs spécifiques du gaz et r la constante de l'équation.

$$\frac{P}{\rho} = r\,T$$

On constate expérimentalement que pour une tuyère convergente-divergente, ce qui est notre cas, le débit réel est égal au débit théorique donné par les relations (IV - 10) multiplié par 0,99 (coefficient de débit) [24] (correction 1).

D'autre part, lorsque le fluide à l'amont du col sonique possède une vitesse non négligeable vis-à-vis de la vitesse du son, il est nécessaire de multiplier le débit donné par la relation (IV - 10) par

$$\left[1+\frac{m^2}{2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)\right] \qquad \text{avec} \qquad m = \frac{S_0}{S},$$

S étant l'aire d'une section droite du circuit amont [25] (correction 2).

En utilisant les relations (IV - 10), en tenant compte des corrections 1 et 2 et en remplaçant γ et r par leurs valeurs : $\gamma = 1,40$ et $r = 287$ MKSA, on obtient pour le débit massique du col sonique :

$$q\ (kg/s) = 0,04\ [1 + 0,2\ m^2]\ S_c \times \frac{P_i}{\sqrt{T_i}} \qquad (IV - 11)$$

- $R_e = 270\,000$ $P_i = 100\,300$ Pa $T_i = 293°K$

$S_c = 64,4\ cm^2$ $\rho = 1,19\ kg/s$

$$q\ (m^3/s) = q\ (kg/s) \times \frac{1}{\rho} = 0,6435\ m^3/s$$

- $R_e = 560\,000$ $P_i = 98\,700$ Pa $T_i = 291°K$

$S_c = 92,4\ cm^2$ $\rho = 1,18\ kg/s$

$$q\ (m^3/s) = q\ (kg/s) \times \frac{1}{\rho} = 1,328\ m^3/s$$

3.2.3 - Conclusion

- $R_e = 270\,000$. La différence entre les deux valeurs calculées est de 3 °/₀₀ ($q = 0,6458\ m^3/s$ suivant le profil des vitesses, $q = 0,6435\ m^3/s$ suivant le col) (*).

On prendra comme débit : $q = 0,644\ m^3/s$, et comme vitesse de débit :

$$\mathcal{U} = \frac{0,644}{\pi R^2} = 20,50\ m/s$$

Le nombre de Reynolds exact est :

$$R_e = \frac{\mathcal{U} D}{\upsilon}$$

$\mathcal{U} = 20,50$ m/s $D = 0,2$ m $\upsilon = 15,1.10^{-6}$ MKSA (tables d'Hilsenrath [28]) $R_e = 271\,500$.

- $R_e = 560\,000$. La différence entre les deux valeurs calculées est de 3 °/₀₀ ($q = 1,333\ m^3/s$ suivant le profil des vitesses, $q = 1,328\ m^3/s$ suivant le col) (*).

On prendra comme débit : $q = 1,33\ m^3/s$ et comme vitesse de débit :

$$\mathcal{U} = \frac{1,33}{\pi R^2} = 42,30\ m/s$$

Le nombre de Reynolds exact est :

$$R_e = \frac{\mathcal{U} D}{\upsilon}$$

$\mathcal{U} = 42,30$ m/s $D = 0,2$ m $\upsilon = 15.10^{-6}$ MKSA (tables d'Hilsenrath) $R_e = 564\,000$.

(*) On peut dire aussi que nos mesures conduisent à un coefficient de débit, pour les deux cols soniques, égal à 0,993. Or, des mesures faites au Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides à Orsay conduisent, pour des cols soniques de diamètres semblables, à des coefficients de débit de l'ordre de 0,994 (Etude non publiée).

3.3 - Calcul du coefficient de perte de charge

3.3.1 - $R_e = 270\,000$

$$\sqrt{\frac{\lambda_c}{8}} = \frac{u^*}{\mathcal{U}} = \frac{0,875}{20,50} = 0,0426$$

$$\lambda_c = 0,0145$$

Remplaçons $\sqrt{\lambda_c}$ par sa valeur dans la relation

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_c}} = 2 \log_{10} (R_e \sqrt{\lambda_c}) - C \qquad \text{(IV - 12)}$$

Il vient C = 0,725 alors que la valeur couramment admise est 0,8. C = 0,8 conduit à $\sqrt{\lambda_c} = 0,1214$, soit $\lambda_c = 0,0147$.

3.3.2 - $R_e = 560\,000$

$$\sqrt{\frac{\lambda_c}{8}} = \frac{u^*}{\mathcal{U}} = \frac{1,676}{42,30} = 0,03962 \qquad \lambda_c = 0,01256$$

Cela conduit dans la relation (IV - 12) à C = 0,71. C = 0,8 conduirait à

$$\sqrt{\lambda_c} = 0,1135 \qquad \lambda_c = 0,01288$$

4 - CONCLUSIONS

Les résultats obtenus sont assez classiques. On peut néanmoins remarquer :

1/ La symétrie axiale de l'écoulement est vérifiée. Cependant nos essais ont montré que de légères dissymétries dans les conditions d'aspiration peuvent détruire cette symétrie (ainsi quand le papier-filtre se salit de manière non uniforme).

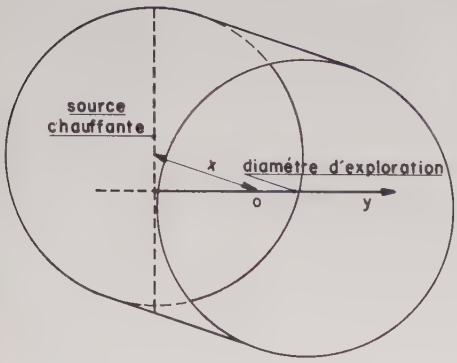
2/ Les parois internes du tube ont été polies avec soin (rugosité < 1 µ). Cela explique probablement que les valeurs de λ_c mesurées soient un peu plus faibles que celles admises habituellement.

B - DIFFUSION DE LA CHALEUR DERRIÈRE UNE SOURCE LINÉAIRE

1 - GÉNÉRALITÉS

Le fil chauffant (diamètre 1/10ème de mm) est alimenté par une batterie d'accumulateurs au plomb. On mesure les différences de température obtenues, circuit électrique d'alimentation du fil chauffant ouvert, puis fermé. On fait trois séries de mesures : fil chauffant suivant un diamètre, puis fil chauffant suivant une corde placée d'abord à 0,85 R du centre, puis à 0,15 R.

On déplace la sonde suivant des diamètres perpendiculaires au fil chauffant à des distances de 0,1 R, 0,2 R, 0,3 R, 0,4 R et 0,464 R de ce dernier lorsqu'il est placé sui-



vant un diamètre et à des distances de 0,2 R, 0,3 R et 0,4 R lorsqu'il est placé suivant une corde. La distance la plus proche 0,1 R est égale à cent fois le diamètre du fil chauffant, ceci pour limiter l'influence du sillage aérodynamique du fil. Hinze [13] et Fayet [16] indiquent que ce sillage influe de manière négligeable sur la distribution de température. La distance maximale indiquée (0,464 R) correspond à la position extrême pouvant être atteinte avec notre système porte-sonde.

On place l'axe Oy suivant le diamètre d'exploration (O le point le plus proche de la source); x sera la distance de la source chauffante au diamètre Oy (schéma ci-dessus).

On rappelle que l'augmentation de température due au passage du courant dans la source chauffante est proportionnelle à la déviation du galvanomètre observée lorsqu'on ferme le circuit de cette source. La température de l'écoulement d'air variant constamment de quantités de l'ordre de 10^{-2}°C à 10^{-1}°C, on fait la moyenne de vingt-quatre à trente déviations. On rappelle que ces fluctuations ont plusieurs causes : fluctuations de température de l'air aspiré dans le hall, fluctuations dues à la turbulence. A cela s'ajoutent les fluctuations causées par le courant de mesure (cf. § 3,2 - chapitre III).

La mesure de l'augmentation de température en un point demande de dix minutes à un quart d'heure. On pense que ce sont les fluctuations continuelles de température qui sont la cause principale d'erreurs dans nos mesures.

On trouvera annexe I un exemple complet montrant comment on passe des trente déviations (en somme le résultat "brut") à la valeur de $\bar{T}/\bar{T}_{max}$ indiquée sur les courbes de résultats.

Il aurait été intéressant de mesurer le déplacement radial du centre de gravité du sillage lorsque la source chauffante n'est pas placée suivant un diamètre. Malheureusement, dans notre cas, un calcul d'ordre de grandeur [27 p. 346] indique que ce déplacement serait au plus de 1/50ème à 1/20ème de mm, ce que nous considérons comme non mesurable avec notre dispositif (chapitre II, § 2.3).

2 - FIL CHAUFFANT PLACÉ SUIVANT UN DIAMÈTRE

On trouvera figure 19 la droite d'étalonnage de la sonde. Cet étalonnage est constamment contrôlé par un thermocouple situé en aval de la section de mesure. On y verra également la valeur en degrés Celsius d'une graduation du galvanomètre.

Les résultats complets des mesures sont indiqués figures 20 à 29.

2.1 - Forme des courbes de répartition de température

On constate :

2.1.1 - Ce sont, avec une bonne approximation, des courbes de Gauss

Ces courbes ont un axe de symétrie. Appelons $\bar{T}$ l'augmentation de température en un point situé à une distance y de l'axe de symétrie; on a :

$$\sqrt{\mathrm{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}} = py \quad \text{avec} \quad p = \text{constante (figures 30 à 39).}$$

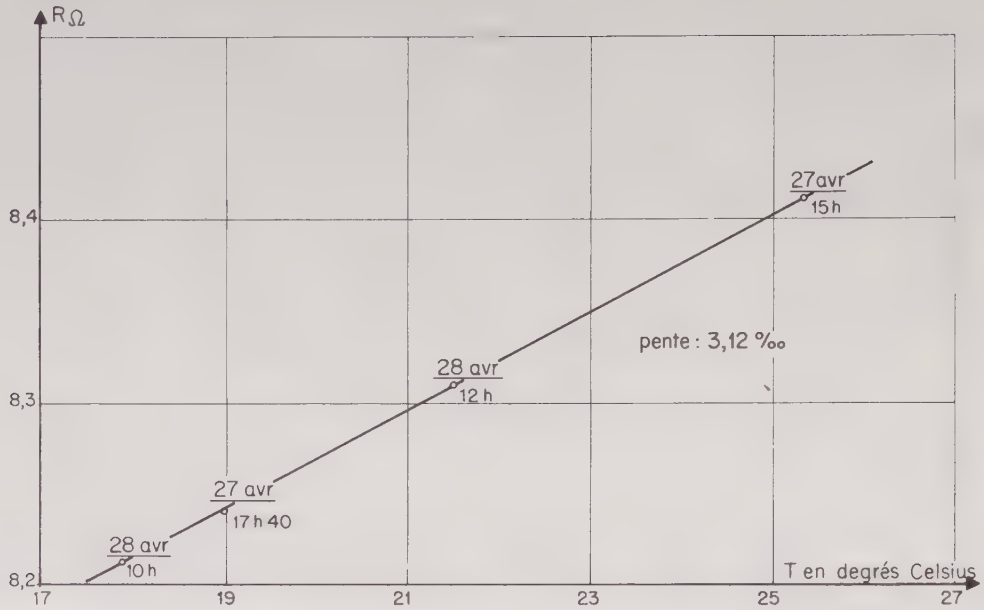
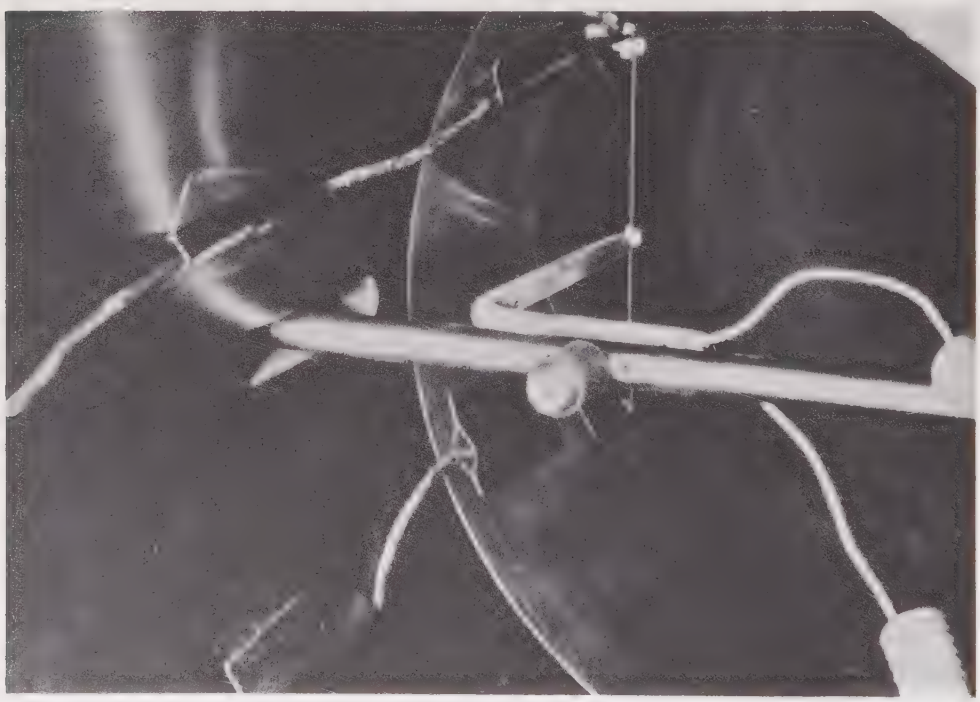


Figure 19 : Etalonnage de la sonde.



Intérieur du tube (zone d'essais)

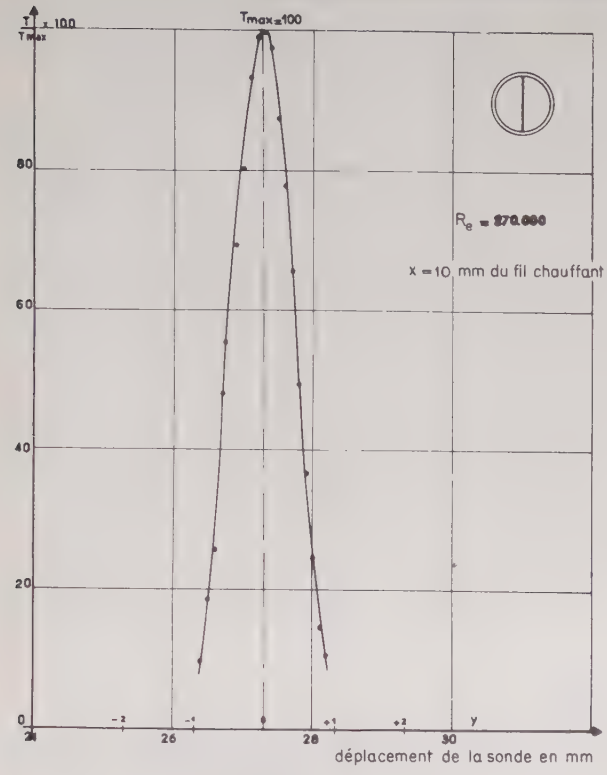


Figure 20

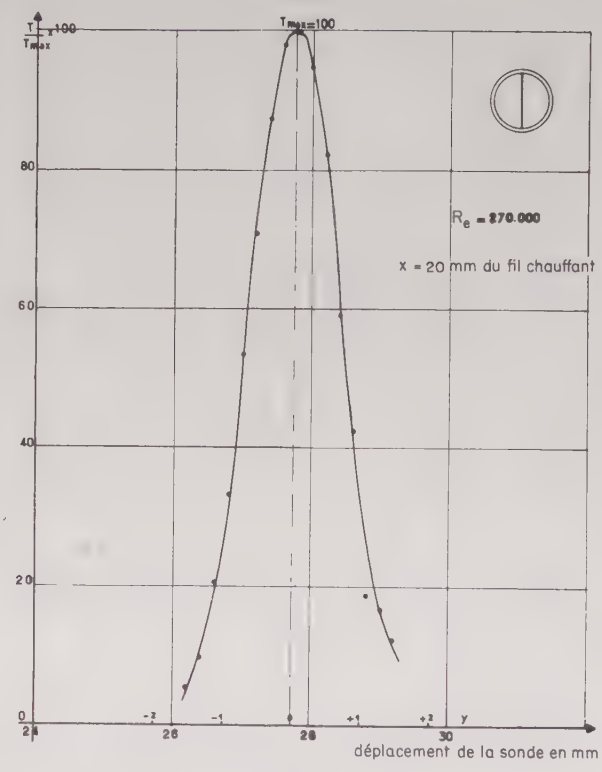


Figure 21

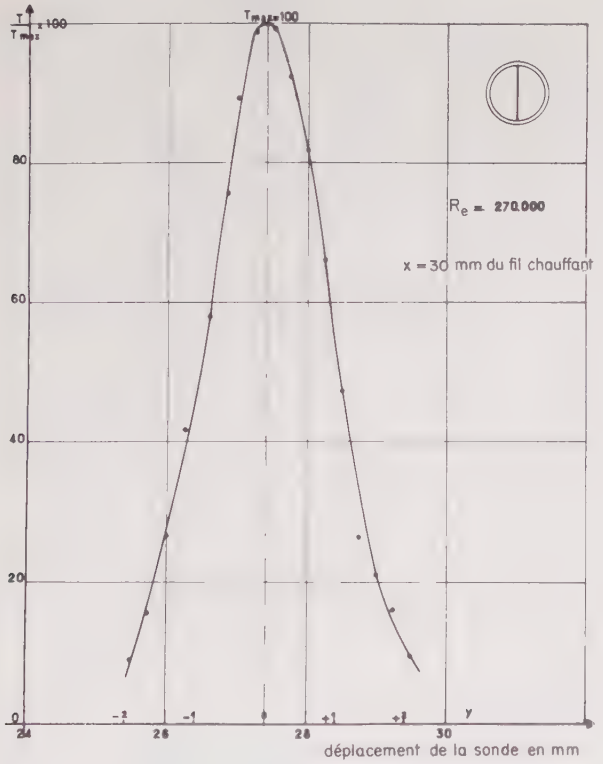


Figure 22

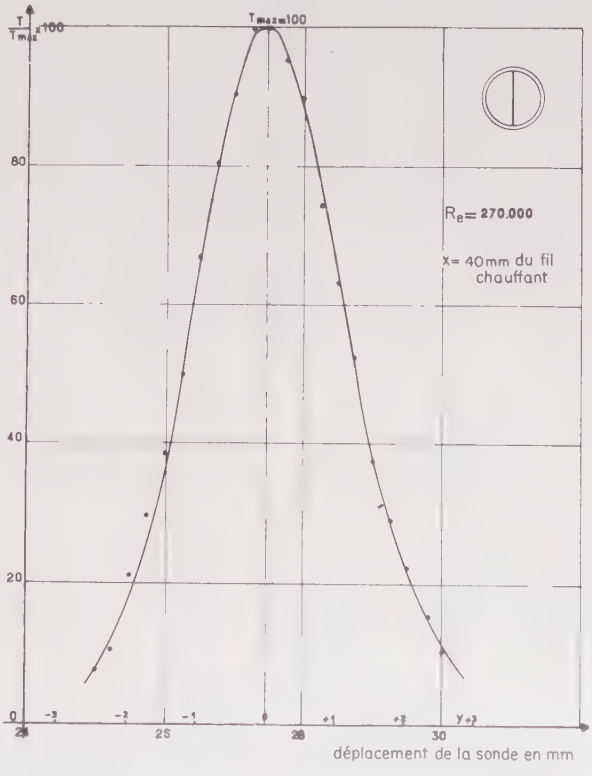


Figure 23

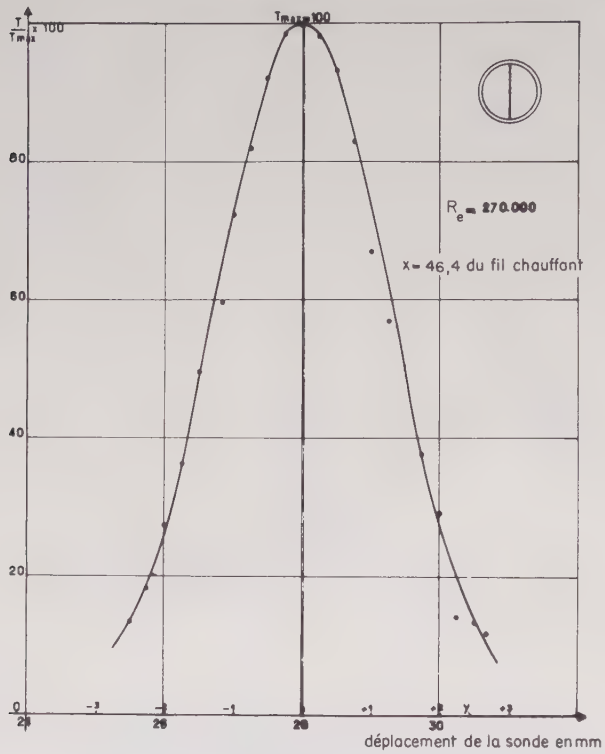


Figure 24

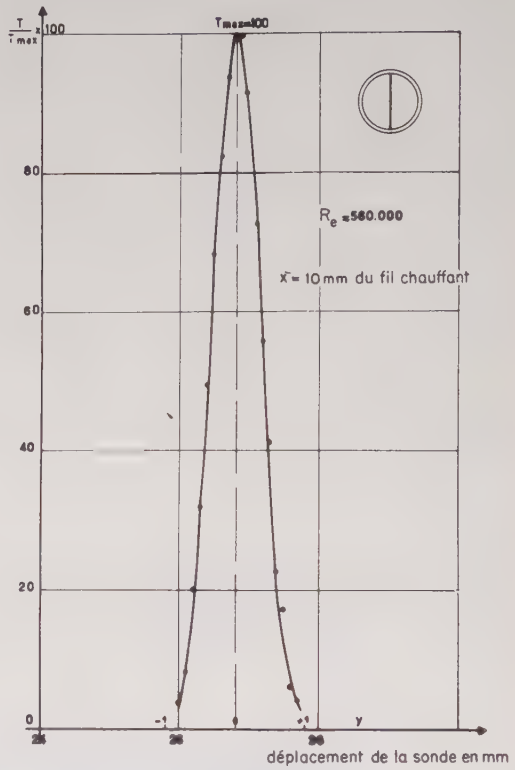


Figure 25

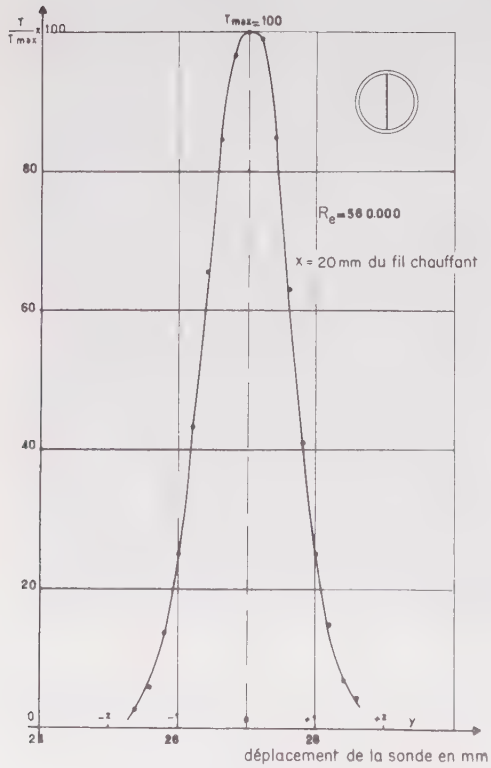


Figure 26

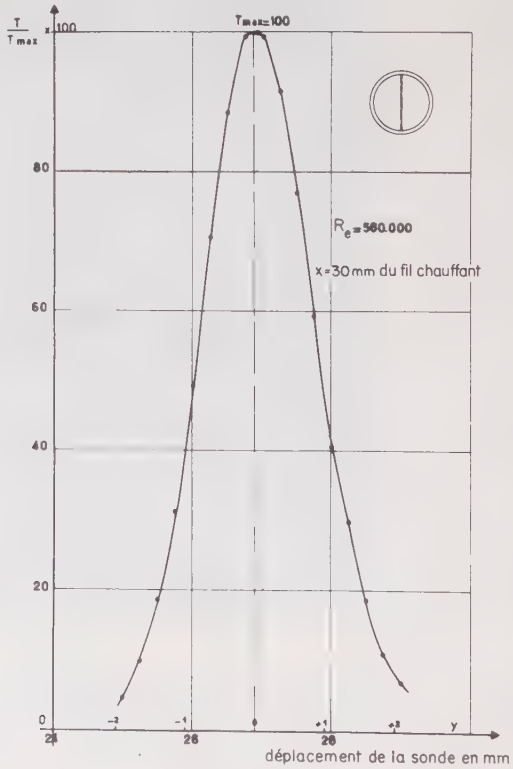


Figure 27

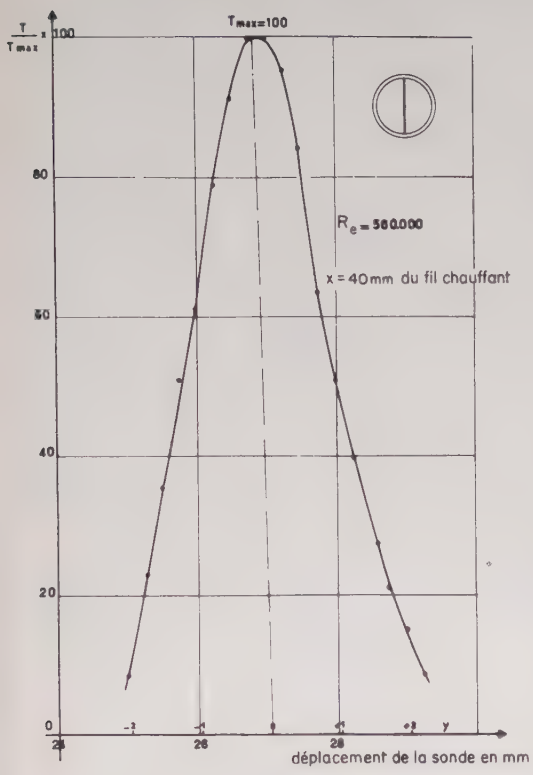


Figure 28

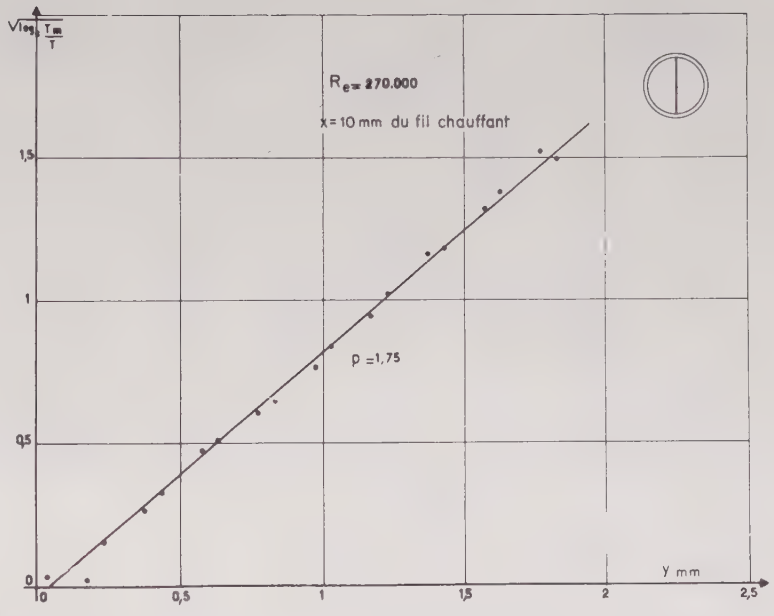


Figure 30 : Calcul de l'écart type de la courbe de Gauss.

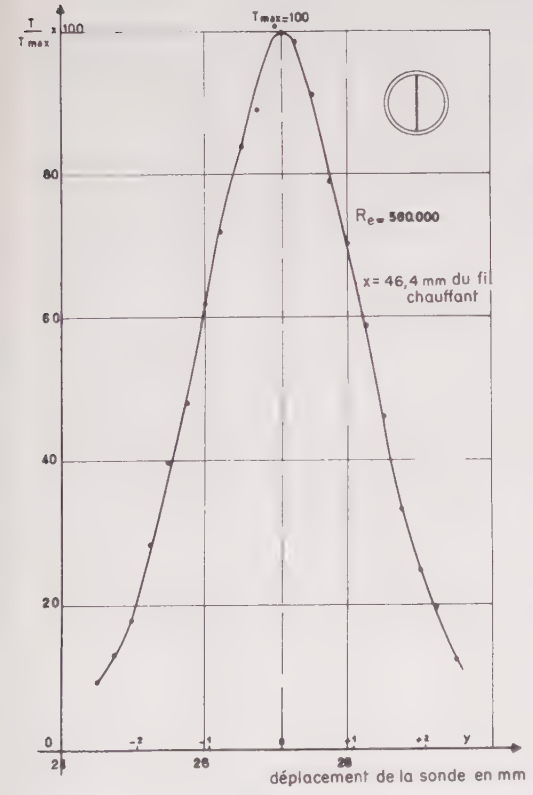


Figure 29

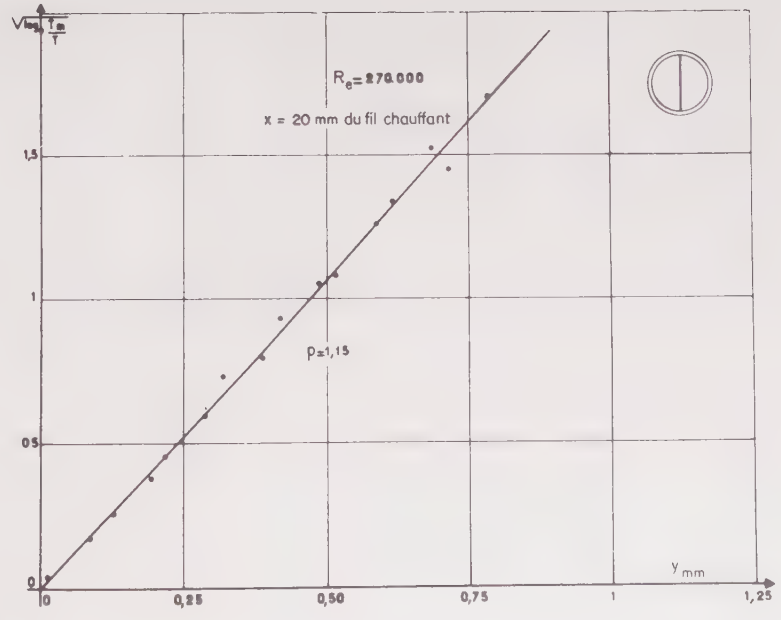


Figure 31

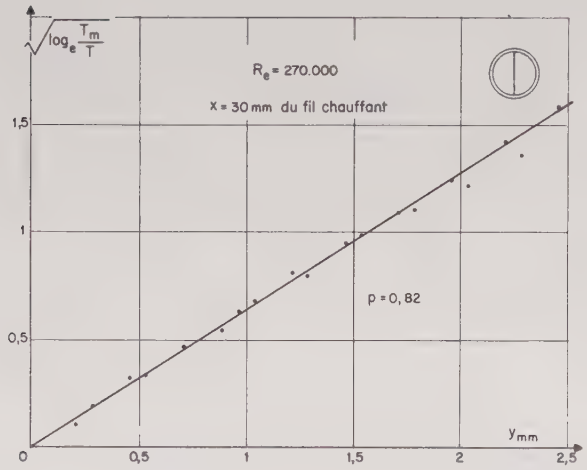


Figure 32

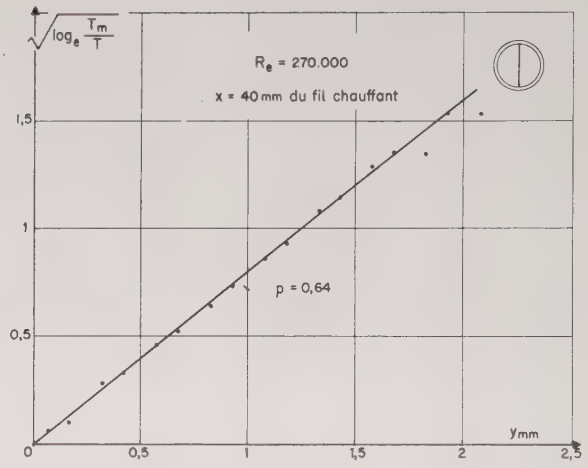


Figure 33

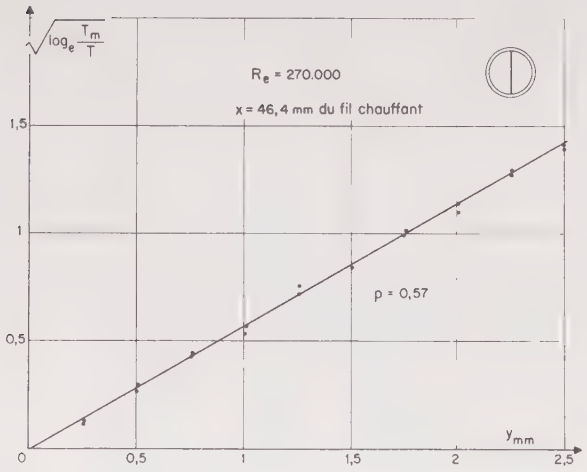


Figure 34

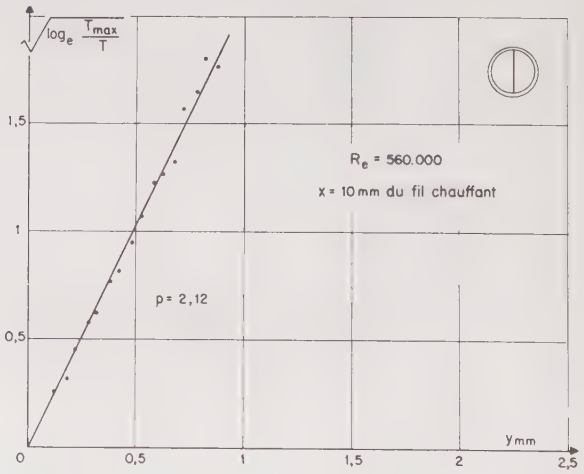


Figure 35 : Calcul de l'écart type de la courbe de Gauss.

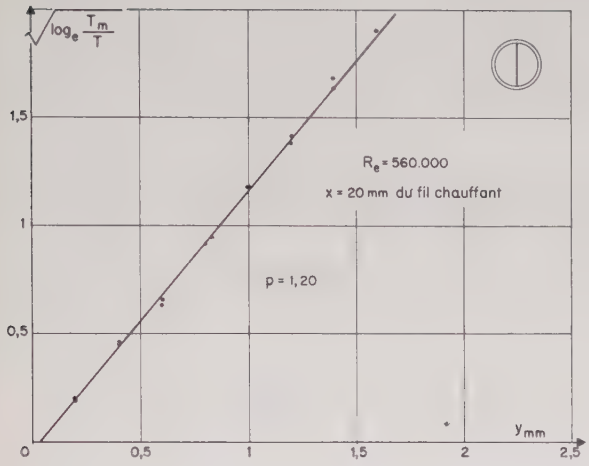


Figure 36

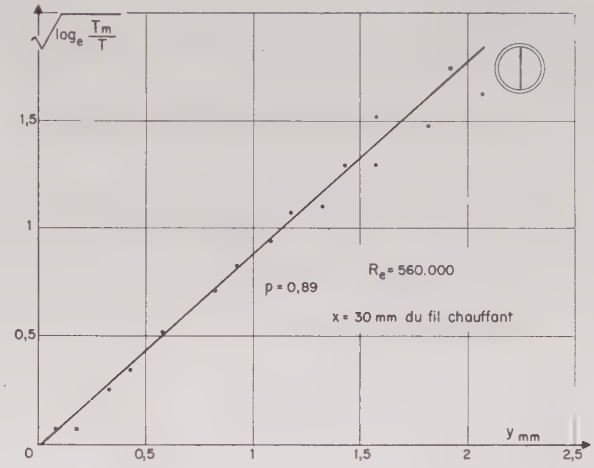


Figure 37

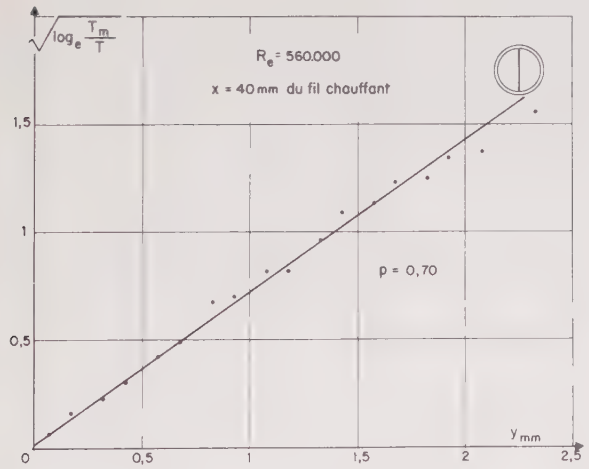


Figure 38

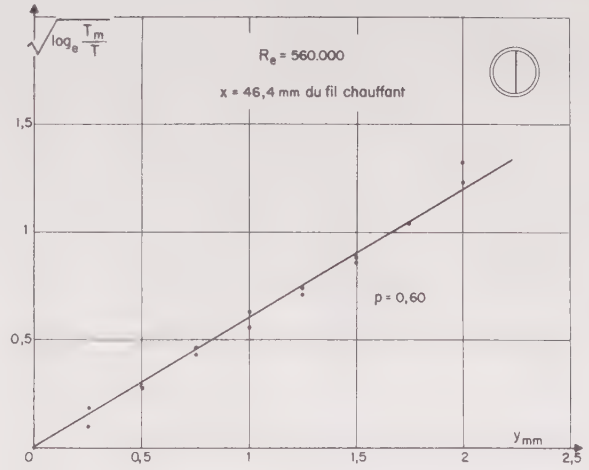


Figure 39

On constate que, dans certain cas, la droite donnant $\sqrt{\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}}$ en fonction de y ne passe pas exactement par l'origine : $\sqrt{\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}} = py + b$. b est toujours très faible et distribué au hasard. Il provient probablement d'erreurs de mesures. On admet :

$$\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}} = p^2y^2 \qquad \text{et} \qquad \bar{T} = \bar{T}_{max}\, e^{-p^2y^2}$$

2.1.2 - Il arrive que des mesures conduisent à des courbes dissymétriques (figure 40)

A priori, il peut exister deux causes à cela :

- Le fil chauffant n'est pas placé exactement suivant un diamètre ;
- L'écoulement n'a plus sa symétrie axiale.

Les mesures faites derrière une corde (cf. pages suivantes) montrent qu'une dissymétrie aussi importante que celle observée figure 40 ne peut se produire qu'assez loin du centre. Ainsi nous l'expliquerons par une dissymétrie momentanée de l'écoulement. Effectivement, lors de la mesure correspondante, le papier-filtre était sali (c'était la dernière mesure d'une série) et nous avons vu qu'en ce cas (cf. § II, chapitre IV), des dissymétries de l'écoulement ont été observées. La mesure a été refaite avec papier-filtre propre et la dissymétrie a disparu (figure 28).

2.2 - Caractéristiques du sillage turbulent

Cf. tableau 5. On a $\bar{T} = \bar{T}_{max}\, e^{-p^2y^2}$

La variance $\bar{Y}^2$ de cette loi normale est $\frac{1}{2p^2}$.

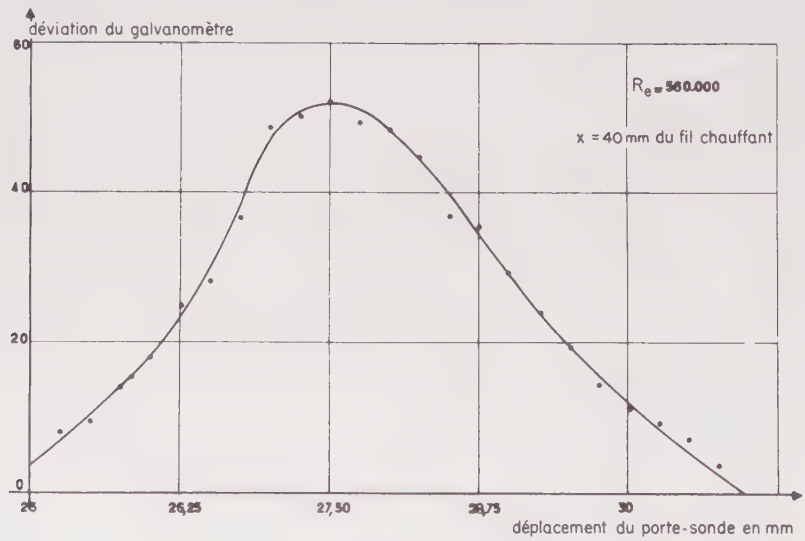


Figure 40

On peut décomposer $\bar{Y}^2$ en deux parties :

- L'une due uniquement à la diffusion moléculaire (*).

$$\bar{Y}^2_{mol} = \frac{2\lambda}{\rho C_p} = 2a\theta$$

(θ est le temps de diffusion, on fait l'hypothèse $\theta = \frac{x}{U}$: hypothèse de Taylor : cf. chapitre I, § 4.2) ;

- L'autre partie, due à la turbulence, qui serait nulle dans un écoulement laminaire et que nous noterons $\bar{Y}^2_{turb.}$. On ne veut pas dire que $\bar{Y}^2_{turb.}$ soit indépendant de a, mais la liaison entre $\bar{Y}^2_{turb.}$ et a dépend de la turbulence [11]. Cela implique que le $\bar{Y}^2_{turb.}$ trouvé ici ne sera pas forcément le même que celui que l'on obtiendrait en étudiant la diffusion d'un gaz dans ce même écoulement (ou de la chaleur dans une turbulence différente).

On constate (figures 41 et 42)

- Que $\bar{Y}^2_{turb.}$ croît proportionnellement au carré de la distance à la source ;

- Que $\bar{Y}^2_{turb.}$ est $\neq 0$ pour $x = 0$. $\bar{Y}^2$ ne peut être égal à 0 pour $x = 0$, le fil chauffant ayant un diamètre non nul et s'agitant légèrement dans l'écoulement [12].

On fera l'hypothèse suivante :

Hypothèse [12]

Les mouvements du fil sont proportionnels à la force totale s'appliquant sur le fil. Cette force provient de l'influence conjuguée de toutes les fluctuations de vitesse en chaque point du fil chauffant. C'est-à-dire que, localement, il n'y a pas corrélation entre les fluctuations de vitesse et les mouvements du fil.

En conséquence (cf. calcul de l'annexe II), si on mesure une loi telle que :

$$\bar{Y}^2 = k\,x^2 + k',$$

on démontre qu'une source immobile aurait donné un sillage tel que $\bar{Y}^2 = k\,x^2$.

Nous noterons les valeurs de $\bar{Y}^2$ qui auraient été obtenues par une source immobile "$\bar{Y}^2_{(turb.\ corrigé)}$". On trouvera figures 41 et 42 les valeurs numériques correspondantes.

La correction est importante pour le premier point et décroît rapidement ensuite.

2.3 - Variation de T_{max} en fonction de la distance à la source

On trouvera figure 43 la courbe donnant cette variation. On ne distingue pas, *a priori*, de loi simple $\bar{T}_{max} = f(x)$. On établira cependant (§ 4.1) que $\bar{T}_{max}$ peut être mis sous la forme

$$\bar{T}_{max} = \frac{k}{\sqrt{ax^2 + b}} \sim \frac{k}{x}$$

(*) Valeur que l'on observerait derrière une source linéaire fixe de diamètre nul, placée dans un écoulement laminaire dont les vitesses seraient égales aux vitesses moyennes observées dans l'écoulement turbulent.

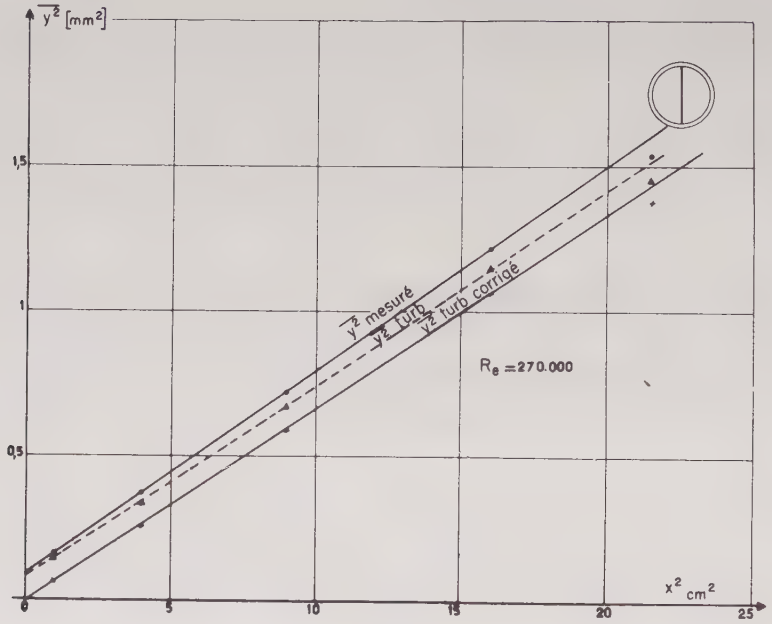


Figure 41

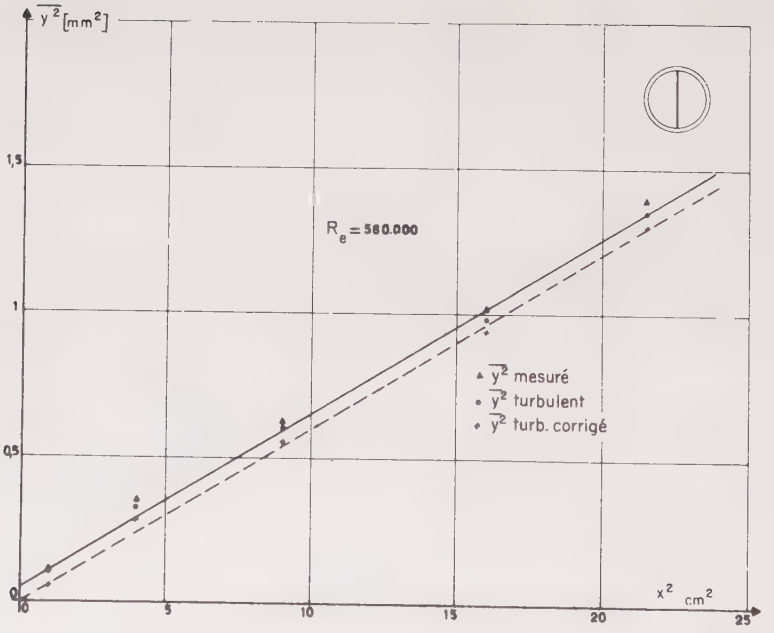


Figure 42

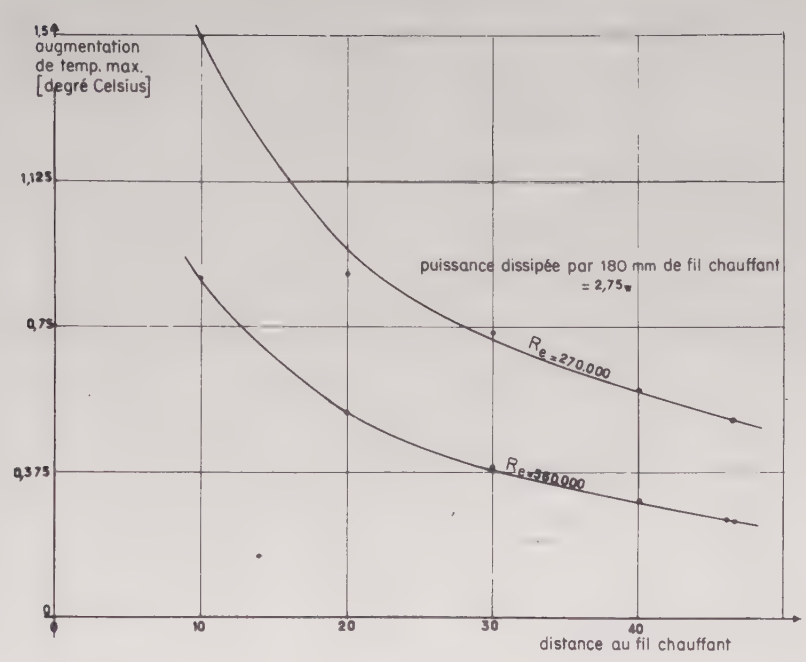


Figure 43

3 - FIL CHAUFFANT PLACÉ SUIVANT DES CORDES

3.1 - Corde située à 0,15 R du centre (fig. 44 à 49)

On constate que :

- Ces courbes sont encore symétriques (sauf figure 48 : la dissymétrie est probablement due encore ici à une dissymétrie passagère de l'écoulement) ;

- Ces courbes sont encore des lois de Gauss. En effet $\sqrt{\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}}$ est une fonction linéaire de la distance à l'axe de symétrie (figures 50 à 55).

$$\sqrt{\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}} = py, \text{ d'où } \bar{T} = \bar{T}_{max}\ e^{-p^2y^2}$$

- Le dépouillement s'effectue comme précédemment et on constate que $\bar{Y}^2_{(\text{turb. corrigé})}$ croît proportionnellement à x^2 (figures 56 et 57). D'une façon générale, ces résultats sont très proches de ceux obtenus, en plaçant la source linéaire de chaleur suivant un diamètre du tube.

3.2 - Corde située à 0,85 R du centre (fig. 58 à 63)

- On constate que les courbes obtenues sont dissymétriques. La courbe est plus étendue du côté des vitesses les plus grandes ;

- Les axes Oy et OT sont placés comme indiqué sur le schéma ci-après.

Nous allons montrer qu'il est possible de calculer simplement la variance de ces courbes. Posons :

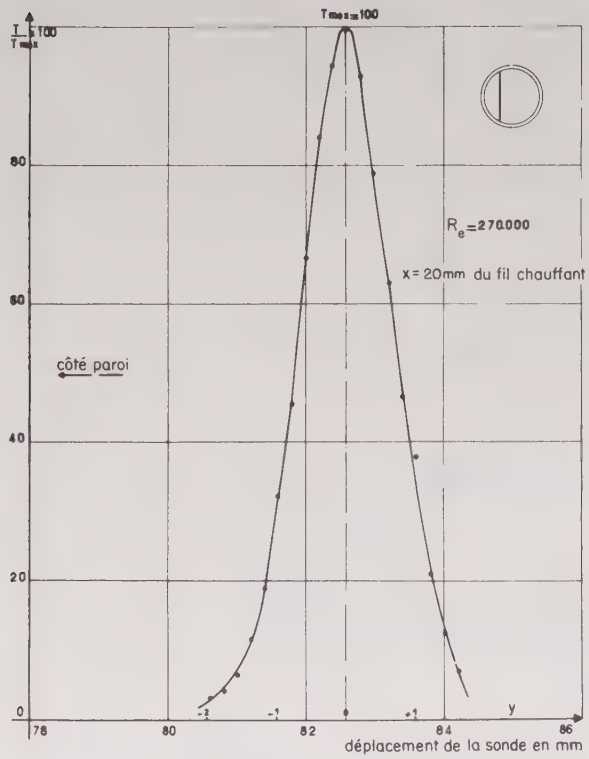


Figure 44

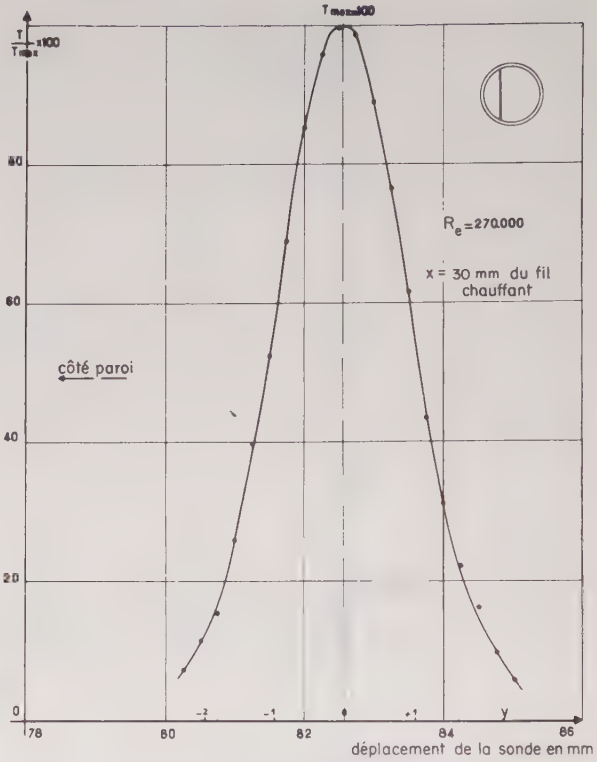


Figure 45

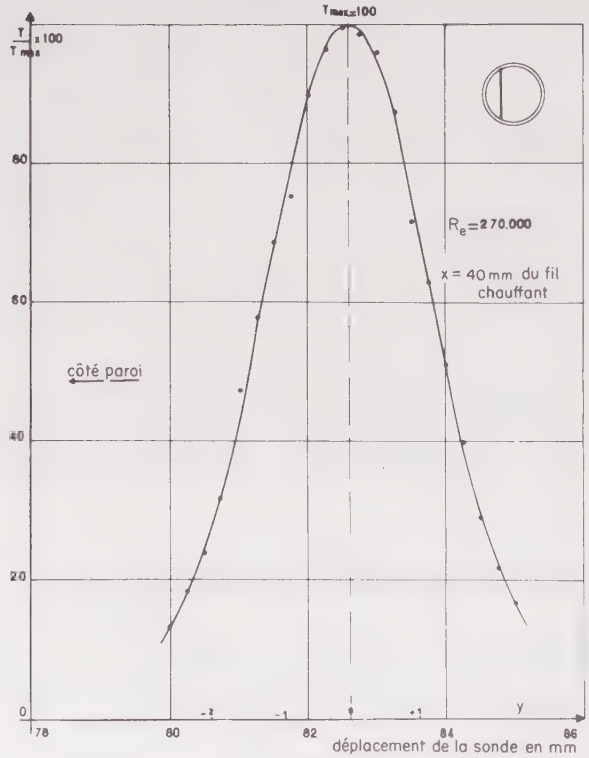


Figure 46

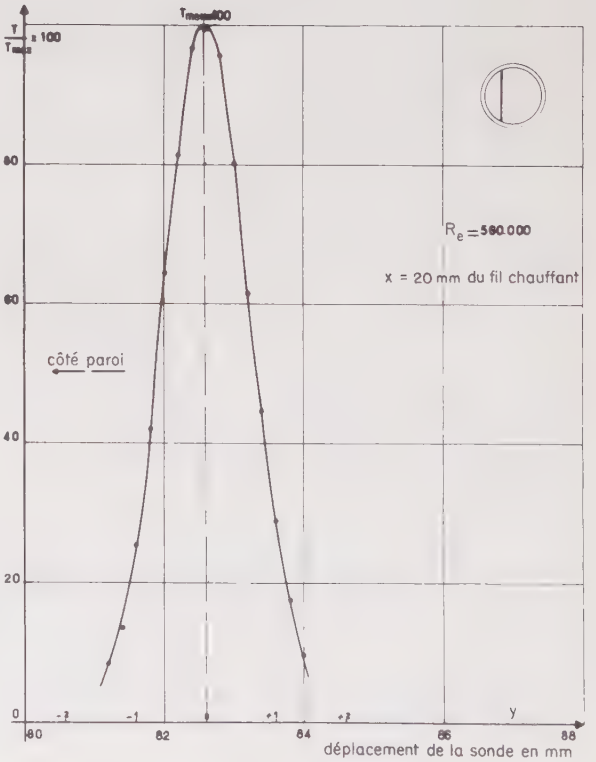


Figure 47

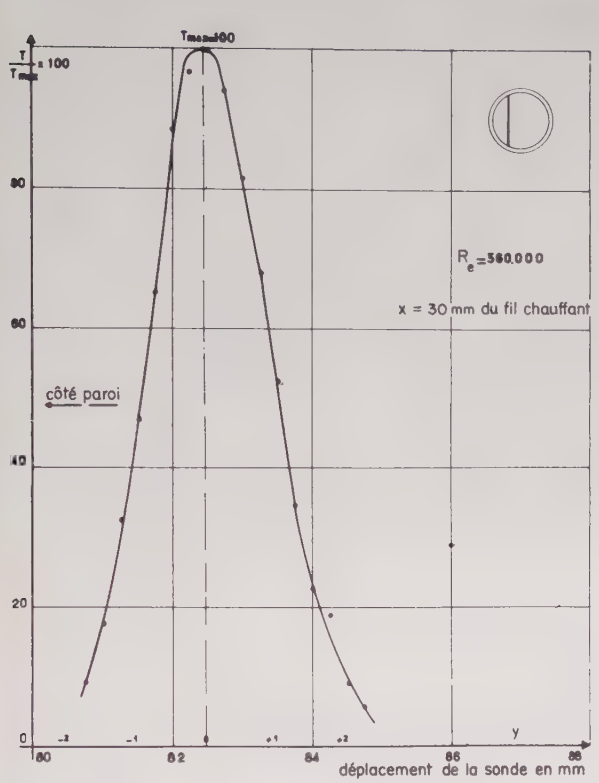


Figure 48

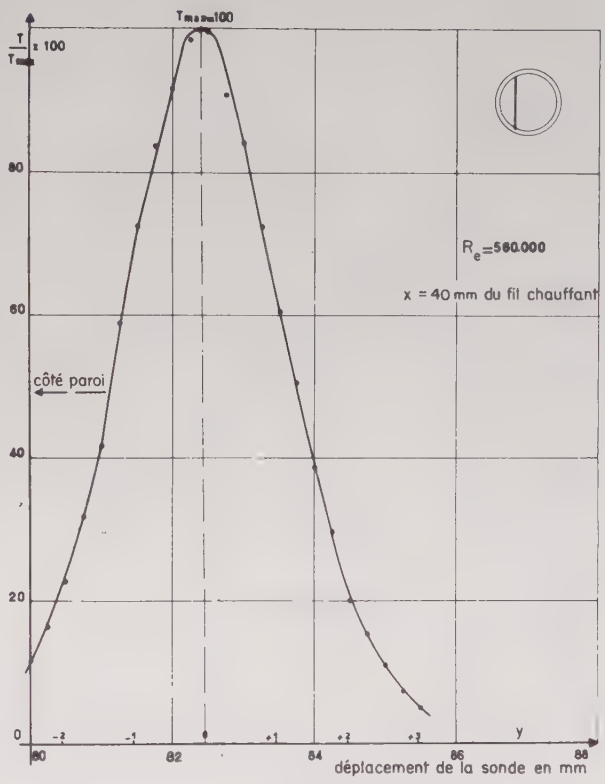
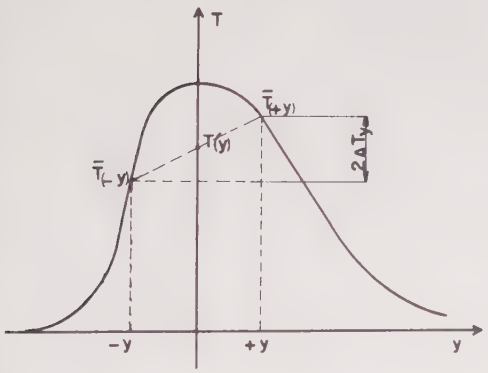


Figure 49



$$\bar{T}'(y) = \bar{T}'(-y) = \frac{1}{2}[\bar{T}(y) + \bar{T}(-y)] \qquad (IV-13)$$

et

$$\Delta\bar{T}(y) = -\Delta\bar{T}(-y) = \bar{T}(y) - \bar{T}'(y) \qquad (IV-15)$$

- On constate que

$$\bar{T}'(y) = \bar{T}_{max}\, e^{-p^2y^2} \qquad (IV-15)$$

En effet, la relation $\sqrt{\text{Log}_e \frac{\bar{T}_{max}}{\bar{T}}} = py$ est particulièrement bien vérifiée (figures 64 à 69), sauf dans un cas (figure 69). En ce dernier cas, les points expérimentaux sont peu précis.

- Il ne se dégage pas de lois nettes donnant $\Delta\bar{T}(y)$ en fonction de y (cf., par exemple, figure 73). La valeur de $\Delta\bar{T}(y)$ étant toujours très faible vis-à-vis de $\bar{T}_{max}$, l'erreur expérimentale sur cette quantité doit être très importante.

- Etudions la variance (*)

(*) Cette variance devrait être calculée par rapport à un axe passant par le centre de gravité. La dissymétrie étant faible, l'erreur est négligeable.

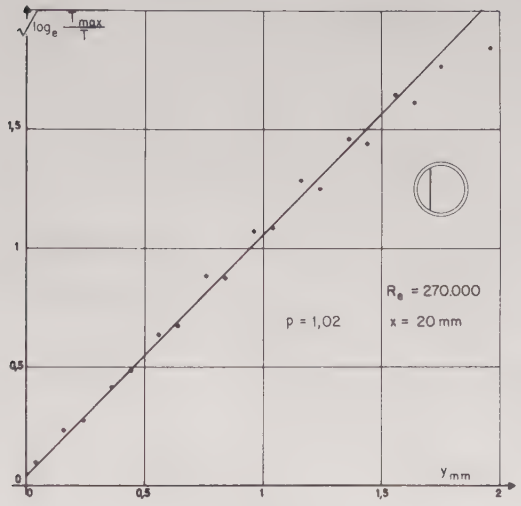


Figure 50

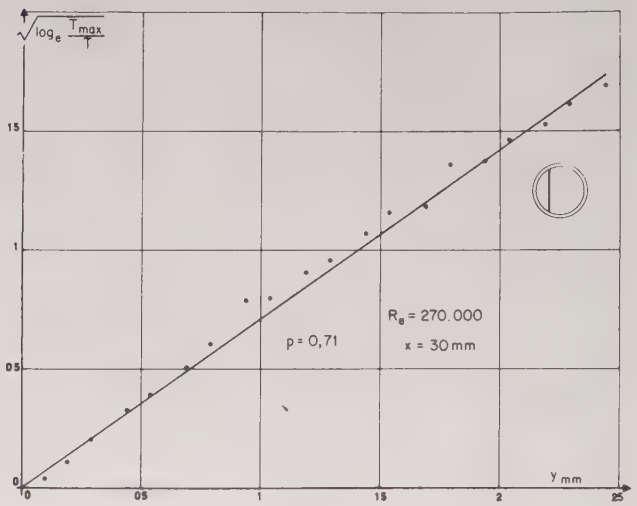


Figure 51

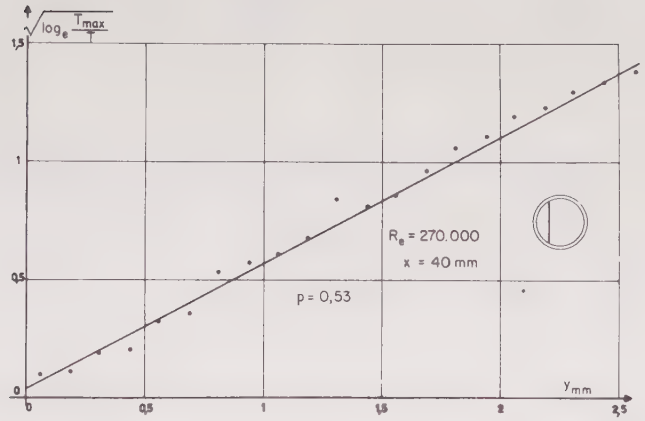


Figure 52

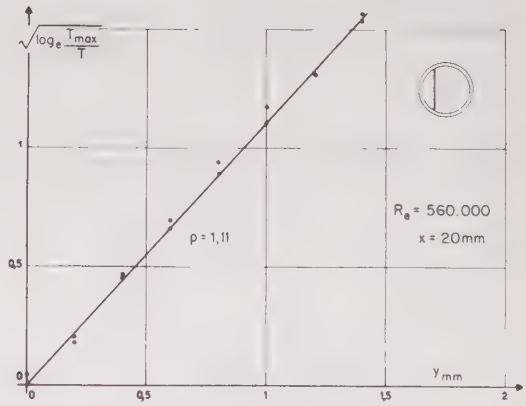


Figure 53

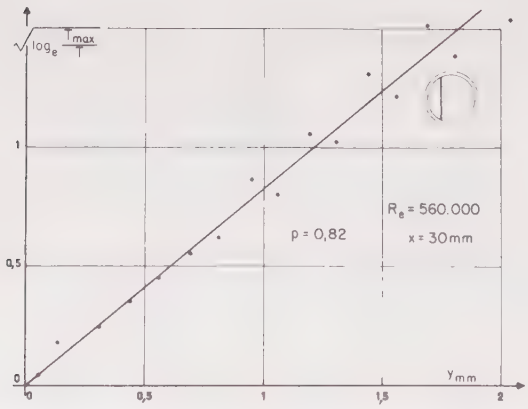


Figure 54

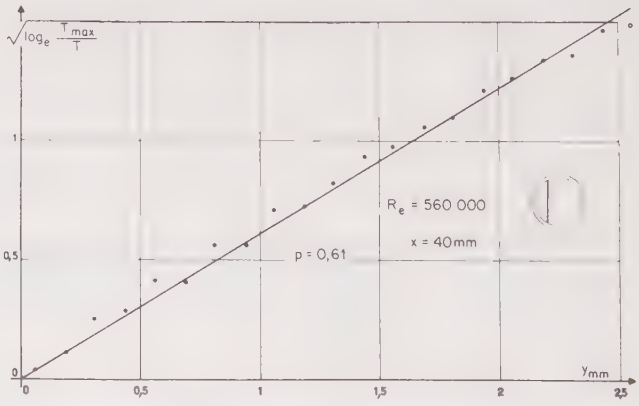


Figure 55

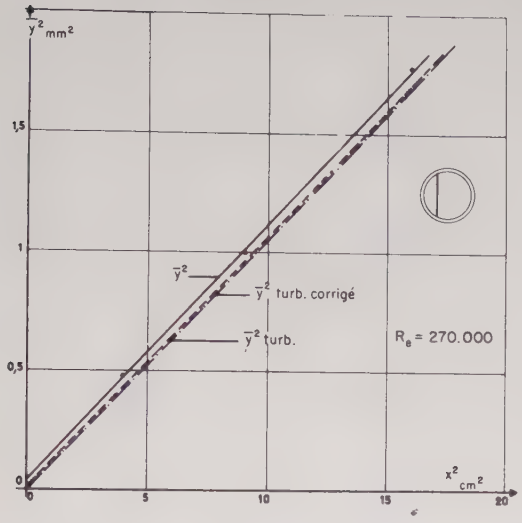


Figure 56

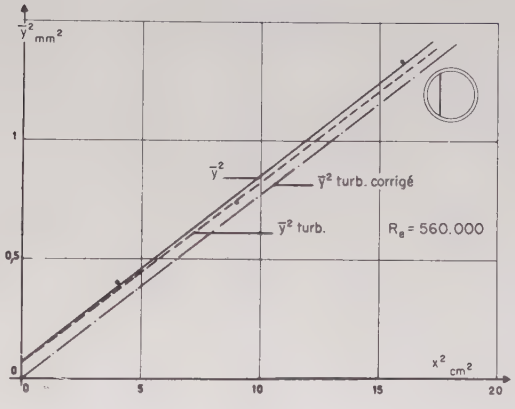


Figure 57

$$\bar{Y}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}(y).\, y^2.\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}(y).\, dy}$$

Cela peut se transformer en :

$$\bar{Y}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}'(y).\, y^2\, dy + \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\bar{T}(y).\, y^2.\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}'(y).\, dy + \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\bar{T}(y).\, dy}$$

Comme $\Delta\bar{T}(y)$ est une fonction impaire,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\bar{T}(y).\, y^2.\, dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\bar{T}(y) = 0$$

On a alors :

$$\bar{Y}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}'(y).\, y^2.\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}'(y).\, dy}$$

Ainsi, la variance est égale à la variance de la loi donnant $\bar{T}'(y)$ (équation IV - 15). Donc $\bar{Y}^2 = 1/2\ p^2$.

Les valeurs de $\bar{Y}^2$ sont portées sur les figures 70 et 71. En opérant comme au § 2.2, on définit les valeurs de $\bar{Y}^2_{(\text{turb. corrigé})}$ (fig. 70 et 71).

On constate que $\bar{Y}^2_{\text{turb.}}$ et $\bar{Y}^2_{(\text{turb. corrigé})}$ croissent linéairement avec x.

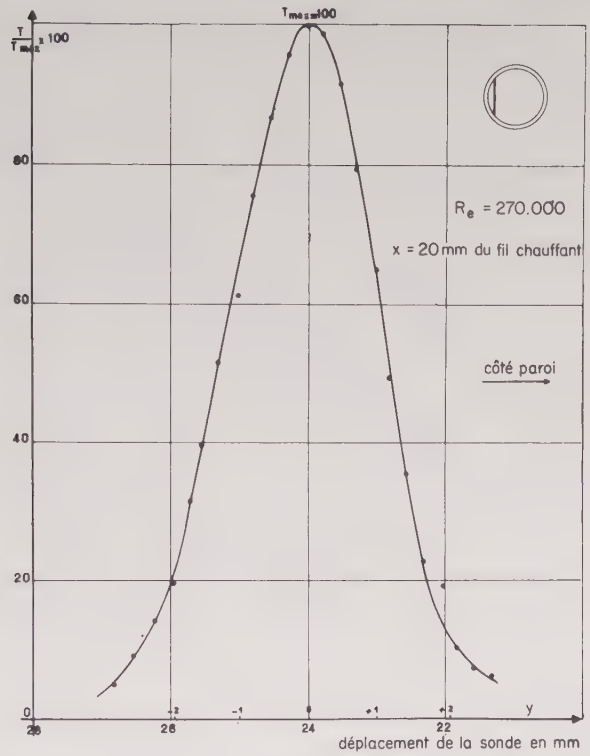


Figure 58

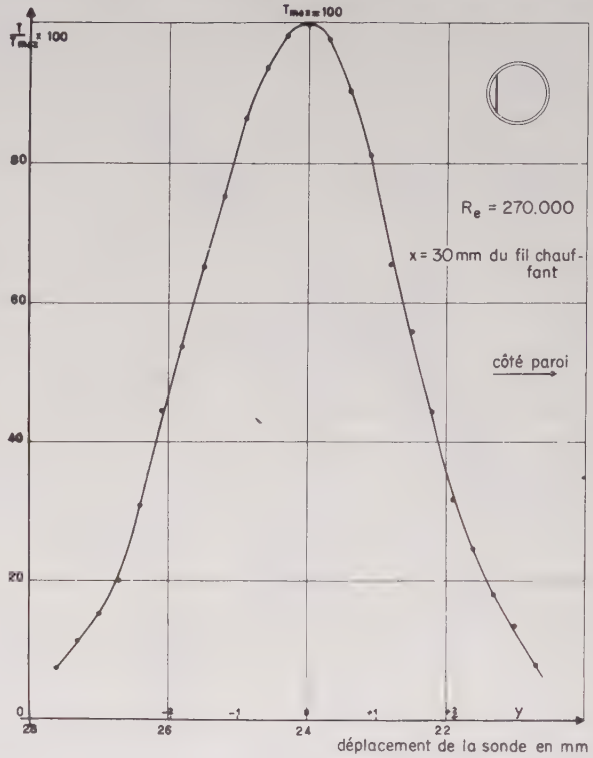


Figure 59

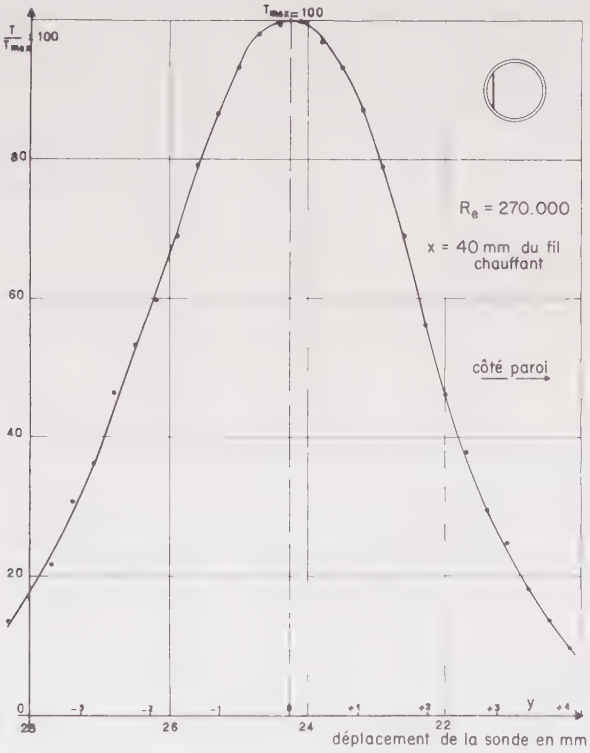


Figure 60

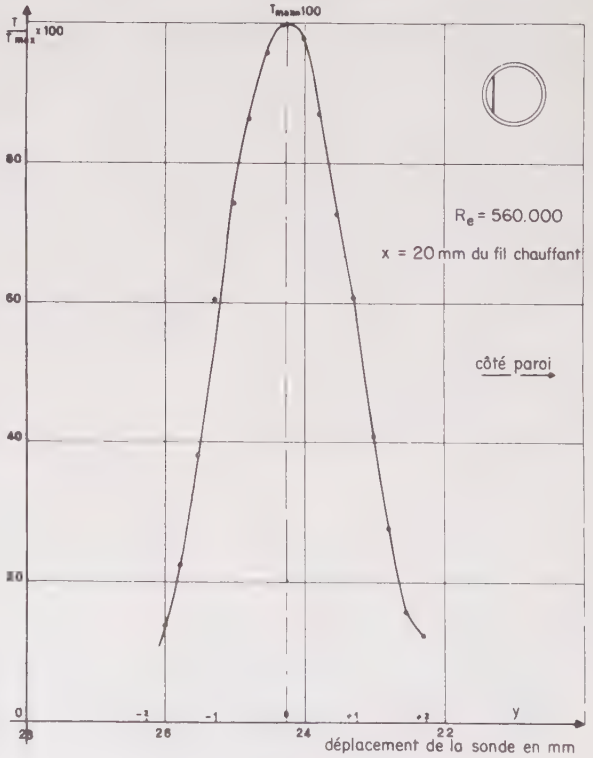


Figure 61

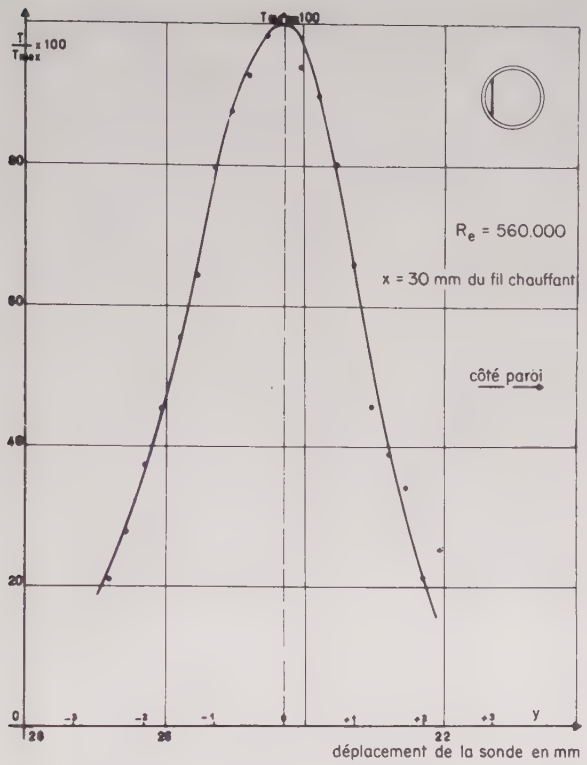


Figure 62

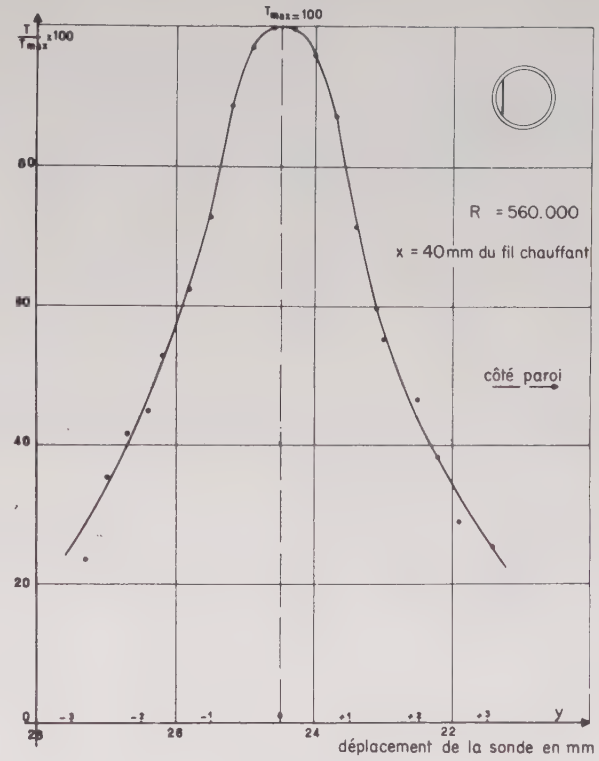


Figure 63

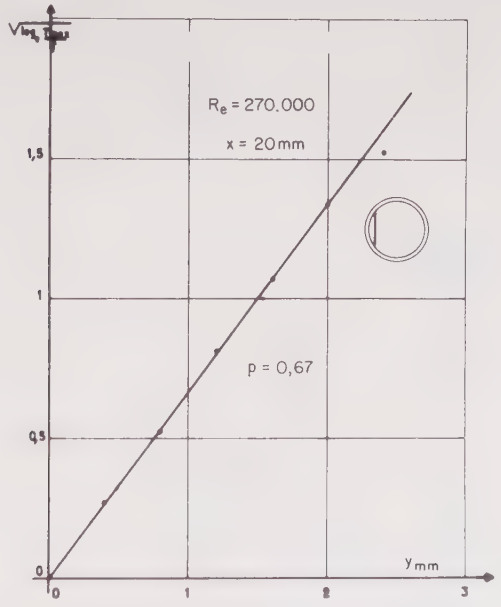


Figure 64 : Calcul de l'écart type de la courbe de Gauss.

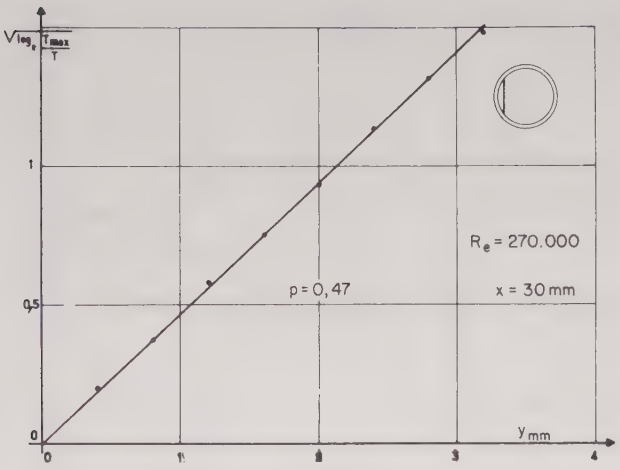


Figure 65

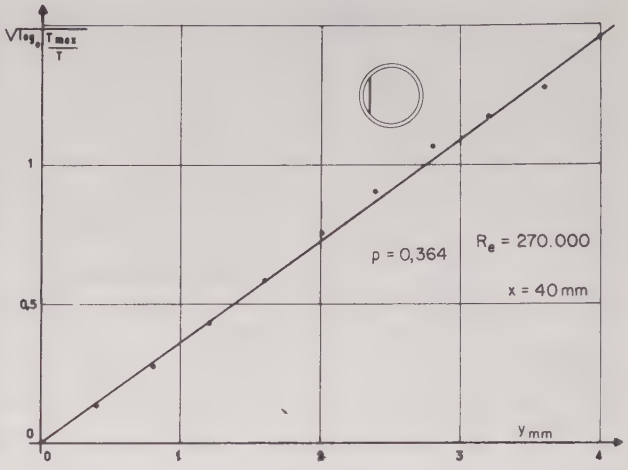


Figure 66

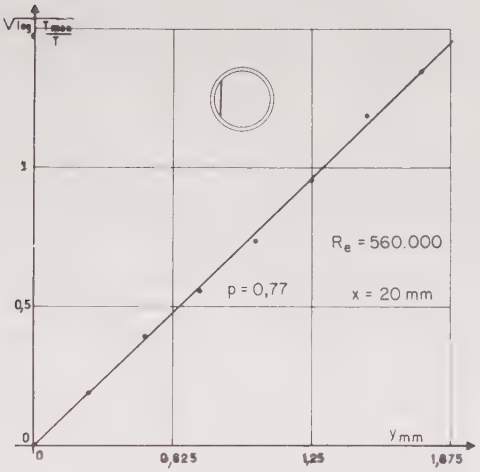


Figure 67

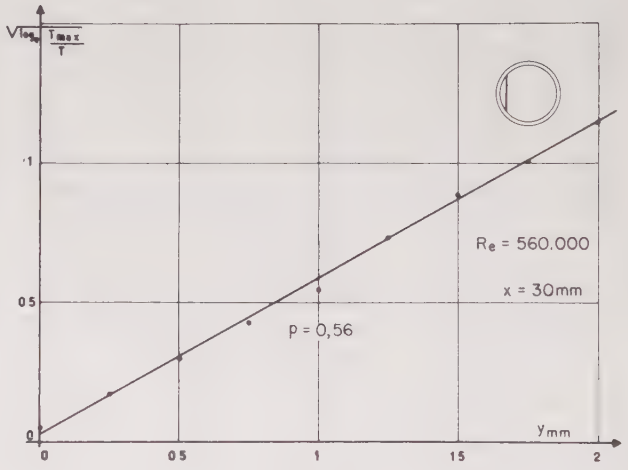


Figure 68

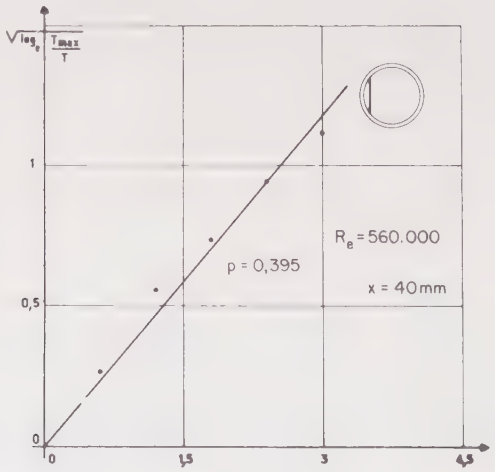


Figure 69

4 - INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

L'interprétation quantitative est difficile. Les théories générales statistiques de la turbulence donnent les valeurs de la variance $\bar{Y}^2$ pour des particules de "fluide marqué" (sans effets dus à la conduction moléculaire). Or, l'effet de la diffusion moléculaire ne peut être exprimé par le terme $\left(\frac{2\lambda}{\rho C_p}\theta\right)$ que pour des temps de diffusion moléculaire très faibles. On doit avoir

$$\theta \ll Pr \left(\frac{\upsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ [27 p. 335]}$$

ε : dissipation d'énergie par turbulence et par unité de masse.

Un calcul d'ordre de grandeur donne $\varepsilon \sim 100$ MKSA dans notre cas [27 p. 528] $\upsilon \sim 15.10^{-6}$ MKSA, $Pr \sim 0,7$ d'où $\theta \ll 3.10^{-4}$s ou $x \ll \theta.\bar{U}$, soit $x \ll 1,5$ cm ou 0,75 cm. On ne vérifie pas ici cette condition.

On estime néanmoins que les autres termes où rentre λ jouent un rôle mineur (ils interviennent certainement pour moins de 10 % dans les valeurs de la variance). Les théories générales statistiques de la turbulence doivent au moins expliquer qualitativement nos résultats.

4.1 - La source est placée suivant un diamètre

4.1.1 - Explication des résultats

On trouve que la répartition des températures dans une section droite du sillage peut être décrite par une loi de Gauss dont la variance est telle que $\bar{Y}^2 = k\,x^2$.

- Ce résultat est conforme à ce que laisse prévoir la théorie pour une turbulence homogène et uniforme, près de la source de chaleur [chapitre I, § 4.2].

- Il est exact qu'en première approximation, on puisse considérer que la turbulence est homogène et uniforme au centre d'un tube lisse [19 et 26].

- Qu'appelle-t-on près de la source ? Chapitre I, § 4.2, on a établi que $\bar{Y}^2 = k\,x^2$ lorsque $\int_0^\theta d\theta'\, R_L(\theta') \cong \theta$.

Il faut considérer le calcul ci-dessous comme un calcul d'ordre de grandeur. On peut poser dans le centre du tube :

$$R_L(\theta) = \exp.\left(-\theta.\frac{\bar{U}}{b}\right) \text{ [27, p. 334]}$$

b est de l'ordre de deux diamètres, soit 40 cm.

$$\theta.\bar{U} = x \text{ (hypothèse de Taylor).}$$

Soit

$$R_L(\theta) = R_L\left(\frac{x}{U}\right) = \exp.\left(-\frac{x}{b}\right)$$

Les mesures ont été faites en notre cas pour $x < 5$ cm. Or, pour $x = 5$ cm, $R_L(x/\bar{U}) = 0,9$. Ainsi, on peut considérer que $\int_0^\theta R_L(\theta')\,d\theta' \sim \theta$ car pour les valeurs de θ considérées $1 < R_L(\theta) < 0,9$.

Il est donc logique que nous retrouvions une loi telle que $\bar{Y}^2 = k\,x^2$.

4.1.2 - Conséquences immédiates

Puisque nous trouvons une loi de Gauss comme loi de répartition de température, on peut dire qu'au centre d'un tube lisse, pour des distances à la source de chaleur, $< R/2$, la diffusion turbulente de la chaleur obéit à l'équation différentielle :

$$\bar{U}\,\frac{\delta\bar{T}}{\delta x} = (a + \varepsilon h)\,\frac{\delta^2\bar{T}}{\delta y^2} \qquad \text{(I - 16)}$$

avec (cf. chapitre I, § 4.1)

$$\varepsilon h = \frac{1}{2}\,\bar{U}\,\frac{d\bar{Y}^2_{(\text{turb. corrigé})}}{dx} \qquad \text{(I - 17)}$$

Comme $\bar{Y}^2 = k\,x^2$, $\varepsilon h = 2k\,x\,\bar{U}$. On trouvera figure 72 les valeurs de εh trouvées. Elles ont peu d'intérêt pratique : comment utiliser un coefficient de diffusion variant avec la distance à la source ?

Théoriquement, les valeurs de $\bar{Y}^2$ trouvées conduisent à des valeurs des fluctuations de vitesse radiales : on a

$$\sqrt{\bar{v}'^2} = \sqrt{\frac{\bar{Y}^2}{\theta^2}} = \sqrt{\frac{\bar{Y}^2 \cdot \bar{U}^2}{x^2}}, \quad \text{(cf. chapitre I, § 4.2).}$$

Les valeurs de $\bar{v}'^2$ auxquelles conduisent nos résultats sont :

$R_e = 560\,000$ $\qquad$ $\bar{v}'^2 = 1,22$ m/s

soit

$$\frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{u^*} = 72,7\ \% \qquad \frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{\bar{U}_{max}} = 2,45\ \%$$

$R_e = 270\,000$ $\qquad$ $\bar{v}'^2 = 0,63\ \%$

soit

$$\frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{u^*} = 72,2\ \% \qquad \frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{\bar{U}_{max}} = 2,60\ \%$$

Le rôle joué par la diffusion moléculaire n'étant qu'imparfaitement connu, les valeurs données ci-dessus ne sont qu'approximatives.

Elles sont néanmoins proches des valeurs admises habituellement. On admet généralement $\frac{\sqrt{\bar{u}'^2}}{u^*} \sim \frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{u^*} \sim 75\ \%$ au centre du tube [19].

- Variation de $\bar{T}_{max}$ avec la distance à la source x (fig. 43) :

La solution d'une équation telle que I - 16 est (cf. § 4.1 chapitre I) :

$$\bar{T} = \frac{A}{\sqrt{2\,\pi\,\bar{Y}^2}}\ \exp.\ \left(\frac{-\,y^2}{2\,\bar{Y}^2}\right) \qquad \text{(I - 15)}$$

Ainsi,

$$\bar{T}_{max} \sqrt{2\pi \bar{Y}^2} = A \exp.(0) = C^{te} ;$$

comme $\bar{Y}^2$ (mesuré) = $k x^2 + k'$, on a $\bar{T}_{max} \sqrt{k x^2 + k'} = C^{te}$. On verra tableau 5 que cette dernière relation est assez bien vérifiée.

4.2 - La source est placée derrière une corde à 0,15 R du centre

On trouve encore que la répartition des températures dans une section droite du sillage peut être décrite par une loi de Gauss dont la variance est telle que $\bar{Y}^2 = k x^2$.

Les résultats sont toujours conformes à ceux que l'on trouve en turbulence homogène et uniforme. Il est ici un peu plus difficile d'admettre que la turbulence est homogène. Cependant, lés résultats expérimentaux sont là et on ne voit pas d'autres interprétations.

La diffusion turbulente de la chaleur obéit ici aussi à l'équation différentielle :

$$\bar{U} \frac{\delta \bar{T}}{\delta x} = (a + \varepsilon h) \frac{\delta \bar{T}}{\delta y^2} \qquad (I-16)$$

avec (cf. chapitre I § 4.1)

$$\varepsilon h = \frac{1}{2} \frac{d\bar{Y}^2_{(turb.\ corrigé)}}{dx} \bar{U} \qquad (I-17)$$

On trouvera figure 72 les valeurs de εh calculées. Ici aussi, elles dépendent de la distance à la source. Elles ont peu d'intérêt pratique.

- Nos résultats conduisent aux valeurs de $\sqrt{\bar{v}'^2}$ suivantes :

R_e = 560 000 :

$$\sqrt{\bar{v}'^2} = 1,37 \text{ m/s}$$

soit 81,7 % de u* ou 2,76 % de $\bar{U}_{max}$.

R_e = 270 000 :

$$\sqrt{\bar{v}'^2} = 0,782 \text{ m/s}$$

soit 89,3 % de u* ou 3,22 % de $\bar{U}_{max}$.

Nous sommes proches des valeurs admises habituellement. La valeur de $\sqrt{\bar{v}'^2}$ trouvée pour R_e = 270 000 est un peu forte.

Valeurs données par Laufer [19] pour R_e = 500 000

$$\frac{\sqrt{\bar{v}'^2}}{\bar{U}_{max}} = 2,75 \%$$

4.3 - La source est placée suivant une corde à 0,85 R du centre

On trouve que la répartition de température dans une section est dissymétrique. Le sillage est le plus étendu du côté des vitesses les plus élevées. D'autre part, la loi de répartition observée a des liens avec une loi de Gauss puisque :

$$\bar{T}'(y) = \frac{1}{2} [\bar{T}(y) + \bar{T}(-y)]$$

semble obéir à une loi de Gauss. Enfin, on a encore $\bar{Y}^2_{(turb.\ corrigé)} = k x^2$.

- Nous ne sommes plus ici dans un écoulement turbulent homogène. Il existe d'autre part un gradient de vitesse non négligeable. On dispose au point de vue théorique d'un calcul effectué par Hinze et Van der Hegge Zijnen. On ne refera pas le calcul, qui est assez long et que l'on trouvera [27] ou [13]. On indique simplement les hypothèses.

Hypothèse I

La diffusion moléculaire est négligeable.

Hypothèse II

La fonction de densité de probabilité F(u', v') du couple de variables (u', v') est telle que :

a) Les distributions de u' et v', seuls, soient normales.

b) u' et v' soient liés par

$$R' = \frac{u'\,v'}{\sqrt{\overline{u'^2}}\ \sqrt{\overline{v'^2}}}$$

La valeur de R' étant donnée expérimentalement.

Hypothèse III

On ne s'écarte pas trop de la source (R' est considéré comme constant).

- D'une façon générale, ce calcul conduit à un sillage plus étendu du côté des vitesses les plus élevées, ce que nous observons :

- Si l'on pose $\eta = \frac{y}{x}$, on obtient :

$$\frac{\overline{T}(\eta)}{\overline{T}_{max}} = \sqrt{\frac{1 + \eta^2}{1 - 2R'\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\sqrt{\overline{v'^2}}}\eta + \frac{\overline{u'^2}}{\overline{v'^2}}\eta^2}} \quad \exp. \left[\frac{-\overline{U}^2\,\eta^2}{-2\,\overline{v'^2}\left\{1 - 2R'\frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\sqrt{\overline{v'^2}}}\eta + \frac{\overline{u'^2}}{\overline{v'^2}}\eta^2\right\}} \right]$$

En notre cas, $\eta \ll 1$. On peut écrire l'expression ci-dessus sous la forme suivante :

$$\frac{\overline{T}(\eta)}{\overline{T}_{max}} = \exp. \left[-\frac{\overline{U}^2\,\eta^2}{2\,\overline{v'^2}}\right][1 + A\eta + B\eta^2 + \ldots] \cong \exp. \left[-\frac{\overline{U}^2\,\eta^2}{2\,\overline{v'^2}}\right][1 + A\eta] \quad \text{(IV - 16)}$$

Ce qui entraîne :

$$\overline{T}'(\eta) = \frac{1}{2}\left[\overline{T}(\eta) + \overline{T}(-\eta)\right] \cong \exp. \left[-\frac{\overline{U}^2\,\eta^2}{2\,\overline{v'^2}}\right] \times \overline{T}_{max},$$

ce que nous avons observé.

On remarque que cela n'est pas dû à une propriété physique particulière, mais simplement au fait que pour nos mesures η est faible ($< 1/20$).

- L'équation IV - 16 indique que :

- La variance varie proportionnellement au carré de la distance à la source $\overline{Y}^2 = \frac{\overline{v'^2}\,x^2}{\overline{U}^2}$. On définit et on calcule comme au § 2.2 $\overline{Y}^2_{turb.}$ et $\overline{Y}^2_{turb.\ corrigé}$ (figures 70 et 71).

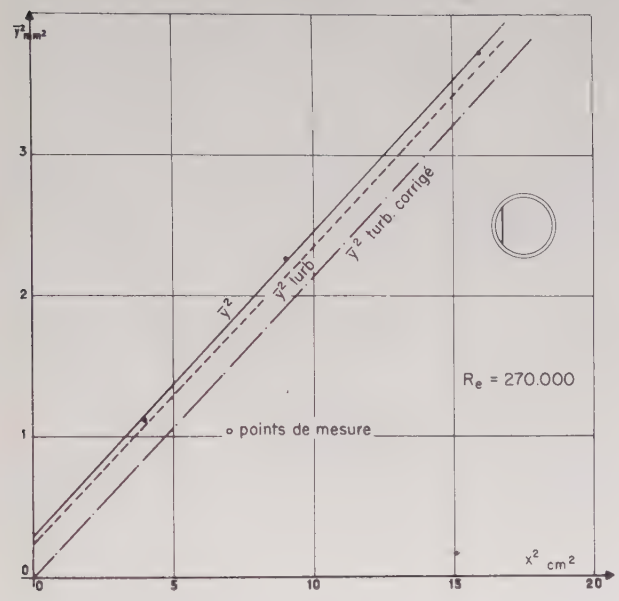


Figure 70

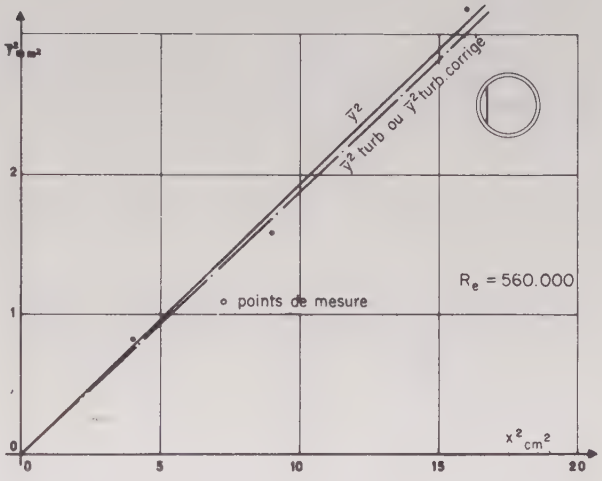


Figure 71

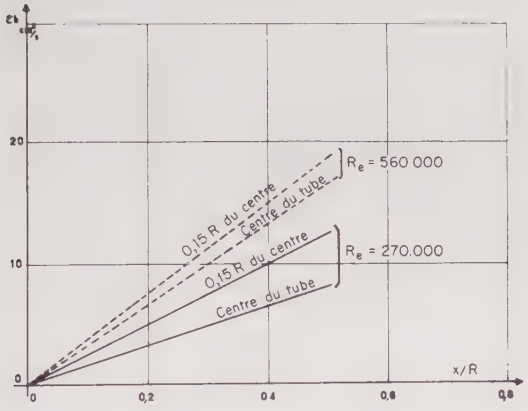


Figure 72

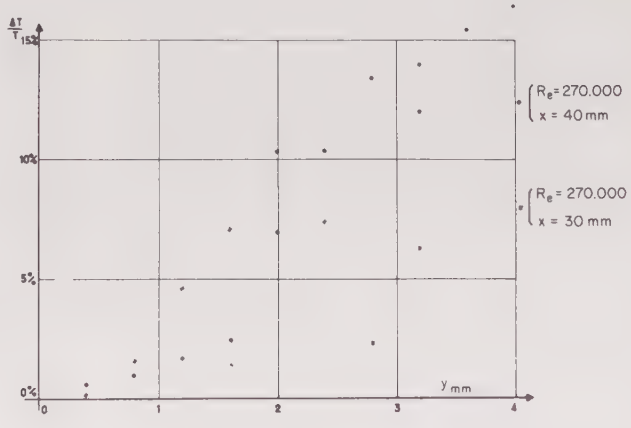


Figure 73

- Les valeurs de $\sqrt{\overline{v'^2}}$ auxquelles conduisent nos mesures sont :

pour R_e = 560 000 :

$$\sqrt{\overline{v'^2}} = \sqrt{\frac{\overline{Y}^2\ \overline{U}^2}{x^2}} = \sqrt{\frac{3.10^{-6}}{1,015.10^{-6}}} = 1,72 \text{ m/s}$$

soit 1,026 u* ou 3,46 % de $\overline{U}_{max}$.

pour R_e = 270 000:

$$\sqrt{\overline{v'^2}} = \sqrt{\frac{\overline{Y}^2\ \overline{U}^2}{x^2}} = \sqrt{\frac{3,42.10^{-6}}{4,3.10^{-6}}} = 0,89 \text{ m/s}$$

soit 1,016 u* ou 3,66 % de $\overline{U}_{max}$.

Laufer indique [19] que $\sqrt{\overline{v'^2}}$ à 0,85 R du centre = 3,8 % $\bar{U}_{max}$ pour R_e = 500 000. Par contre, Sandborn [26], pour R_e = 200 000, donne $\sqrt{\overline{v'^2}}$ = 3,70 % $\bar{U}_{max}$ et indique que $\frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{\bar{U}_{max}}$ décroît quand R_e augmente.

- On ne comparera pas les valeurs trouvées de $\Delta\bar{T}(\eta) = \bar{T}(\eta) - \bar{T}'(\eta)$ avec les valeurs théoriques. Les erreurs de mesure sont ici trop fortes. Hinze a réussi cette comparaison dans un jet libre [13]. Ici ce n'est guère possible : nous utilisons des valeurs de $\bar{T}_{max}$ et de η dix fois plus faibles que celles de Hinze.

Chapitre V

Conséquences des résultats expérimentaux

1 - EXPÉRIMENTALEMENT, ON CONSTATE (POUR DES DISTANCES À LA SOURCE INFÉRIEURES À 0,5 R).

- Dans la partie centrale du tube, où la vitesse moyenne est donnée en fonction de la distance à l'axe du tube par une loi parabolique (mesures faites au centre et à 0,15 R du centre), le sillage thermique des sources linéaires peut être décrit par une loi de Gauss :

$$\bar{T} = \bar{T}_{max}\ e^{-y^2/2\bar{Y}^2}$$

L'écart-type de cette loi est proportionnelle à la distance à la source : $\sqrt{\bar{Y}^2} = k\,x$. Cela signifie physiquement que la largeur du sillage est proportionnelle à la distance à la source.

- Hors de la partie centrale, au début de la zone où la vitesse moyenne est donnée en fonction de la distance à la paroi par une loi logarithmique (mesure faite à 0,85 R du centre), le sillage est dissymétrique. La plus forte courbure est dirigée vers les vitesses les plus élevées. Ce sillage semble pouvoir être décrit par une loi se déduisant d'une loi de Gauss. Cette dernière remarque ne serait d'ailleurs probablement plus vraie si la mesure avait été faite encore plus près de la paroi.

L'écart-type de cette loi reste proportionnel à la distance à la source $\sqrt{\bar{Y}^2} = k\,x$. Le coefficient k est toujours proportionnel à $\sqrt{\bar{v}'^2}$.

2 - Le fait le plus important qui se dégage de ces essais est que, près des sources, la largeur du sillage croît proportionnellement à la distance à la source de chaleur :

$$\sqrt{\bar{Y}^2} = k\,x \qquad \text{(VI - 1)}$$

La relation (VI - 1) entraîne une variation du coefficient de diffusion thermique turbulent avec la distance à la source.

- Dans la partie centrale du tube, cela est très facile à démontrer :

$$\varepsilon h = \frac{1}{2}\frac{d\bar{Y}^2}{dx} \cdot \bar{U} = k \cdot \bar{U}\,x \neq \text{Constante}$$

Pour la mesure faite à 0,85 R du centre, on se rapportera au calcul de l'annexe III. On démontre que sous certaines conditions réalisées ici, l'existence d'un coefficient de diffusion indépendant de la distance à la source entraîne une loi de croissance de la largeur du sillage bien déterminée :

(largeur du sillage) = $k\sqrt{x}$; or $\sqrt{\bar{Y}^2}$ peut être considéré comme une mesure de cette largeur. Cette loi n'est donc pas vérifiée ici.

3 - Il est délicat de parler de coefficient de diffusion variable avec la distance à la source. Dans le cas général où il y a une infinité de sources élémentaires à des distances différentes, celui-ci dépendrait de la forme de la source, de sa structure, des distances de chacun de ces points au point de mesure, etc.... en somme des conditions aux limites thermiques.

Un tel coefficient dépend pratiquement de toutes les données du problème et ne paraît pas avoir de signification physique (cf. chapitre I, § 3).

4 - Il est exact que très loin de la source chauffante, dans le centre du tube, on peut définir un coefficient de diffusion indépendant de la distance à la source. Une loi telle que $\sqrt{\bar{Y}^2} = k\sqrt{x}$ apparaît effectivement (en accord avec la théorie de la turbulence homogène et uniforme). Mais cette loi apparaît assez loin : 6 R suivant [14]. L'intérêt pratique du coefficient de diffusion défini de cette façon en est fortement limité.

Il est possible que ce soit également le cas hors de la partie centrale. Cependant, ici, la turbulence n'est plus homogène. La largeur du sillage finira par être importante et il ne sera plus possible d'affecter à un point donné un coefficient calculé sur toute une zone où les caractéristiques de la turbulence peuvent être nettement différentes de celles du point considéré. Il est préférable de se limiter ici à la conclusion obtenue en étudiant le sillage près de la source.

5 - Il serait nécessaire de compléter cette étude par l'observation du sillage d'une source chauffante très proche de la paroi, ou placée sur la paroi. Notre installation ne se prêtait pas à une telle étude.

Il est néanmoins vraisemblable que les conclusions seraient très proches de celles obtenues plus loin de la paroi. Depuis le début de ce travail, deux études se rapportant à des cas de turbulence dont la structure est très proche de celle existant près des parois d'un tube ont été publiées :

Cermak et Poreh [34] font la synthèse de résultats obtenus en étudiant dans une couche limite turbulente le sillage de sources linéaires situées à la paroi (sources de chaleur et de gaz). La paroi est plane. Ils établissent que sur une longue distance derrière la source, le coefficient de diffusion thermique turbulent dépend de la distance à la source. La couche limite se développant nettement moins vite que le sillage de la source (tout au moins près de la source), on peut penser que la différence avec le cas que nous envisageons est faible. Batchelor [29] étudie en turbulence atmosphérique la diffusion de sources linéaires (fumées) proches du sol ou situées au sol. Ici, le développement de la couche limite turbulente est infiniment plus lent que celui du sillage de la source. Néanmoins, les résultats expérimentaux sont analogues à ceux de Poreh et Cermak [34]. En appliquant le même traitement mathématique que [34], on conclurait également que le coefficient de diffusion varie avec la distance à la source. Il est remarquable que, dans ce dernier cas [29], cette conclusion s'applique beaucoup plus loin de la source que ne le laisserait prévoir un calcul d'ordre de grandeur basé sur la théorie de la turbulence homogène et uniforme.

Conclusion

I - Dans le cas envisagé (tube lisse avec profil de vitesse uniforme), le coefficient de diffusion thermique turbulent défini par :

$$\text{div. } (\vec{\bar{U}}\,.\,\bar{T}) = \text{div. } (a + \varepsilon h)\ \overrightarrow{\text{grad}}\ \bar{T} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{\bar{u}'\,t'} = -\,\varepsilon h\ \overrightarrow{\text{grad}}\ \bar{T}$$

dépend non seulement du point envisagé dans une section et du nombre de Reynolds, mais aussi des conditions aux limites thermiques. Ce coefficient dépend alors de tous les paramètres du problème et n'a pas de signification physique particulière. On fait quelques réserves pour la zone située très près de la paroi où des mesures supplémentaires sont nécessaires.

Dans un système d'axes de référence accompagnant le mouvement moyen du fluide, il apparaît qu'en un point donné le vecteur de densité de flux $\vec{\vec{\Phi}}h$ ne dépend pas uniquement du gradient moyen de température en ce point, mais aussi du champ de température moyen et instantané situé en amont. Et ce, sur une distance non négligeable vis-à-vis des dimensions habituellement considérées dans le tube.

La diffusion thermique turbulente n'est pas un phénomène local : il est logique qu'elle ne puisse être décrite par des coefficients de diffusion locaux.

II - Il existe un critère simple d'existence d'un champ de coefficients de diffusion décrivant une diffusion donnée. Il suffit d'exprimer que la valeur du coefficient de diffusion doit être indépendante de la distance à une source élémentaire. On établit alors que la loi de croissance de la largeur du sillage L en fonction de la distance à la source x doit avoir une forme bien déterminée.

Dans le cas d'une source élémentaire linéaire et sous certaines conditions, cette loi est de la forme :

$$L = k\ x \quad \text{(cf. annexe III).}$$

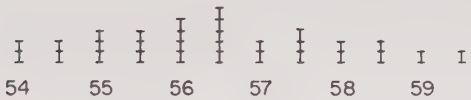
Annexe I

Estimation de l'erreur due aux fluctuations de température

On considère la mesure faite derrière la source de chaleur placée suivant une corde située à 0,15 R du centre. Distance à la source : 40 mm. R_e = 560 000 (fig. 49).

On trouve pour le point repéré 82,25 mm sur le vernier indiquant le déplacement du porte-sonde, les trente déviations suivantes (en graduations du galvanomètre) :

59,5	56,5	55,5	56,0	57,5	56,0	55,0	55,0	58,5	56,5	55	58	57	56,5	57,5
56,5	54,5	54,0	56,5	57,0	54,0	59	57,5	56,0	56,0	54,5	55,5	55,5	58,5	58,0



Les différentes valeurs trouvées se répartissent ainsi : (schéma ci-contre)

Moyenne arithmétique : 56,4 graduations.

L'augmentation de température maximale correspond, une fois la courbe entièrement tracée, à 57,3 graduations.

On prendra

$$\frac{\bar{T}}{\bar{T}_{max}} = \frac{56,4}{57,3} = \frac{98,4}{100}$$

Quelle erreur fait-on en considérant que la moyenne de 30 mesures correspond à $\bar{T}$?

Hypothèse I

La loi de répartition des fluctuations de T est une loi de Gauss.

- On cherche $k > 0$ telle que $\bar{T}$ soit compris entre $\bar{T} + k$ et $\bar{T} - k$ avec 9 chances sur 10. On exprime $\bar{T}$ et k en graduations du galvanomètre.

Le calcul complet conduit à :

$$k = 1,6 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

avec σ : écart-type de la loi de Gauss considérée.

n : nombre de mesures faites.

σ estimé à l'aide de la répartition des trente mesures vaut 1,5 graduations : d'où

$$k < 1,6 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{30}} < 0,5 \text{ graduations.}$$

On peut dire que le nombre de graduations correspondant à $\bar{T}$ est compris entre 56,4 - 0,5 et 56,4 + 0,5. L'erreur est de l'ordre de 1 %.

Annexe II

Influence de mouvements du fil chauffant

Les résultats exposés ici sont indiqués [12, p. 510]. Nous les rappellerons néanmoins ici, en joignant la démonstration, car la question semble délicate.

On a défini (chapitre VB) une variance $\bar{Y}^2$ liée au sillage thermique du fil chauffant. Cette variance est, en quelque sorte, une mesure du carré de la largeur du sillage. On trace la courbe donnant $\bar{Y}^2$ en fonction de la distance à la source x et on constate que l'ordonnée à l'origine de cette source est différente de 0 et plus grande que le carré du diamètre du fil chauffant.

Townsend [12] montre que cela est dû à des mouvements désordonnés du fil chauffant dans l'écoulement turbulent. Il suffit de tendre un peu plus le fil chauffant (si cela est possible) ou de réduire la vitesse de l'écoulement pour diminuer cette ordonnée à l'origine. Nous avons fait également cette constatation.

Le trièdre trirectangle Oxyz est choisi ainsi : Oz suivant le fil chauffant au repos, Ox suivant la vitesse moyenne de l'écoulement.

Hypothèse I

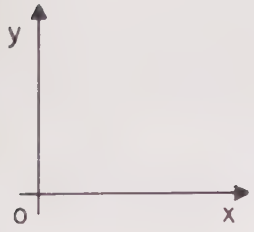
On néglige la diffusion moléculaire.

Hypothèse II

La turbulence est homogène et uniforme (la largeur du sillage est faible).

Hypothèse III

(Hyp. de Taylor) : $$\frac{\delta}{\delta\theta} = \frac{1}{U}\frac{\delta}{\delta x}$$



A l'instant θ_o, le fil chauffant ne sera pas en y = 0 mais en y = a (θ_o). On posera $\overline{a^2(\theta_o)}$ indépendant de θ_o (mouvements du fil indépendant du temps en moyenne).

A l'instant $\theta_o + \theta$, la chaleur issue à l'instant θ_o de la source sera en :

$$y = a(\theta_o) + \int_o^{\theta} v(\theta_o + \theta')\, d\theta' \qquad (1)$$

v est la fluctuation de vitesse suivant Oy.

On cherche à calculer :

$$\bar{Y}^2 = \frac{1}{T}\int_o^T d\theta_o\, y^2\,(\theta_o + \theta)$$

soit, en tenant compte de (1)

$$\bar{Y}^2 = \frac{1}{T}\int_o^T d\theta_o \left[a(\theta_o) + \int_o^\theta v(\theta_o + \theta')\, d\theta' \right]^2$$

soit

$$\bar{Y}^2 = \frac{1}{T}\int_o^T d\theta_o \,[a^2(\theta_o)] + \frac{2}{T}\int_o^T d\theta_o \, a(\theta_o) \int_o^\theta v(\theta_o + \theta')\, d\theta'$$

$$+ \frac{1}{T}\int_o^T d\theta_o \int_o^\theta d\theta' \, v(\theta_o + \theta') \int_o^\theta d\theta'' \, v(\theta_o + \theta'')$$

Par définition même de la valeur moyenne, on a :

$$\bar{Y}^2 = \bar{a}^2 + \overline{2\, a(\theta_o) \int_o^\theta v(\theta + \theta')\, d\theta'} + \overline{\int_o^\theta d\theta' \, v(\theta_o + \theta') \int_o^\theta d\theta'' \, v(\theta_o + \theta'')}$$

I II III

La partie II peut se mettre sous la forme

$$2 \int_o^\theta \overline{a(\theta_o)\, v(\theta_o + \theta')}\, d\theta'$$

La partie III, transformée par un calcul classique (Kampé de Fériet cité [p. 46, 27]) s'écrit :

$$2\, \bar{v}'^2 \int_o^\theta d\tau \; R_L(\tau)\, (\theta - \tau)$$

avec

$$R_L(\tau) = \frac{\overline{v(\theta)\, v(\theta + \tau)}}{\bar{v}'^2}$$

Ainsi :

$$\boxed{\bar{Y}^2 = \bar{a}^2 + 2 \int_o^\theta \overline{a(\theta_o)\, v(\theta_o + \theta')}\, d\theta' + 2\, \bar{v}'^2 \int_o^\theta d\tau\, (\theta - \tau)\, R_L(\tau)} \qquad (2)$$

En notre cas $R_L(\tau) \sim 1$, ou $v(\theta_o + \theta') \sim v(\theta_o)$ (nous sommes près de la source) : ainsi :

$$\bar{Y}^2 = \bar{a}^2 + 2 \int_o^\theta \overline{a(\theta_o)\, v(\theta_o)}.\, d\theta' + \bar{v}'^2\, \theta^2.$$

Ce qui se transforme en :

$$\boxed{\bar{Y}^2 = \bar{a}^2 + 2\, \overline{a(\theta_o)\, v(\theta_o)}.\, \theta + \bar{v}'^2\, \theta^2} \qquad (3)$$

Pour conclure, il faut connaître la corrélation $\overline{a(\theta_o)\ v(\theta_o)}$. Il existe deux cas extrêmes.

Cas I

La corrélation est complète : physiquement cela signifie que $a(\theta_o)$ est proportionnel à $v(\theta_o)$ en chaque point du fil. On a alors :

$$\bar{Y}^2 = \bar{a}^2 + 2\sqrt{\bar{a}^2}\sqrt{\bar{v}'^2}\,\theta + \bar{v}'^2\,\theta^2 = (\sqrt{\bar{v}'^2}\,\theta + \sqrt{\bar{a}^2})^2.$$

Soit :

$$\sqrt{\bar{Y}^2} = \sqrt{\bar{v}'^2}\,\theta + \sqrt{\bar{a}^2}$$

Expérimentalement, on devrait constater que

$$\sqrt{\bar{Y}^2} = k_1\,\theta + k'_1 \quad \text{ou mieux} \quad \sqrt{\bar{Y}^2} = k_2\,x + k'_2 \quad \text{(hyp. III)}.$$

On conclura que si la source avait été immobile et de diamètre nul, elle aurait créé un sillage tel que $\sqrt{\bar{Y}^2} = k_2\,x$.

Cas II

La corrélation est nulle : physiquement cela est réalisé lorsque le mouvement du fil est déterminé par la force totale s'appliquant sur le fil (qui dépend de l'effet total de toutes les fluctuations de vitesse le long du fil) ; en ce cas :

$$\bar{Y}^2 = \bar{v}'^2\,\theta^2 + \bar{a}^2$$

Expérimentalement, on constatera que

$$\bar{Y}^2 = k_3\,\theta + k'_3 = k_4\,x + k'_4 \quad \text{(hyp. III)}.$$

On conclura que si la source avait été immobile et de diamètre nul, elle aurait créé un sillage tel que $\bar{Y}^2 = k_4\,x^2$.

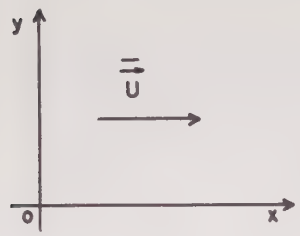
On obtient donc deux types extrêmes de corrélation. Expérimentalement, il n'est guère possible de trancher entre elles : les deux courbes expérimentales $\sqrt{Y^2} = f(x)$ et $\bar{Y}^2 = f(x)^2$ ressemblent autant à une droite l'une que l'autre. L'étude citée [12] indique ce même résultat. Cela est d'autant plus gênant que les deux corrections ne sont pas tout-à-fait équivalentes.

Pour notre part, nous avons choisi le cas II : le fil chauffant utilisé est tendu à l'extrême. Son mouvement est alors déterminé par la force totale s'appliquant sur le fil.

Annexe III

Relation entre le cœfficient de diffusion et la loi de croissance de la largeur du sillage

1 - Le trièdre trirectangle Oxyz est choisi comme suit : Oz suivant la source linéaire, Ox parallèle à la vitesse moyenne de l'écoulement $\vec{U}$.



On considère le coefficient de diffusion thermique turbulent εh correspondant à y = 0 et on voudrait savoir à quelles conditions εh est indépendant de la distance à la source.

On se place à des distances pas trop grandes de la source, de façon que le sillage soit assez étroit pour qu'on puisse négliger les variations de la vitesse moyenne. C'est le cas pour nos mesures. Si on considère que les limites du sillage sont atteintes quand $\overline{T}/\overline{T}_{max} = 1/40$, et si la vitesse moyenne est prise constante et égale à U_o, on a toujours $|\bar{U} - \bar{U}_o| < 1/20$

On peut admettre :

- Que le problème est bidimensionnel : l'équation de conservation de la chaleur se réduit à :

$$\bar{U}_o \frac{\delta \overline{T}}{\delta x} = \frac{\delta}{\delta y}\left([a + \varepsilon h] \frac{\delta \overline{T}}{\delta y}\right) + \frac{\delta}{\delta x}\left([a + \varepsilon h] \frac{\delta \overline{T}}{\delta x}\right)$$

- Que $\frac{\delta^2}{\delta y} \gg \frac{\delta^2}{\delta x}$ (vrai sauf à proximité immédiate de la source). On a alors :

$$\bar{U}_o \frac{\delta \overline{T}}{\delta x} = \frac{\delta}{\delta y}\left([a + \varepsilon h] \frac{\delta \overline{T}}{\delta x}\right) \qquad (1)$$

- De plus, on pose que les profils de température peuvent être décrits par une relation sans dimensions identique pour tous :

$$T = T_{max}\, f(\eta) \qquad \text{avec} \qquad \eta = \frac{y}{L}$$

L étant une dimension caractéristique de la largeur du sillage (écart-type par rapport à la valeur moyenne par ex.). Une telle propriété est fréquemment rencontrée en diffusion turbulente. Nos résultats (figure 74) la vérifient aux erreurs expérimentales près.

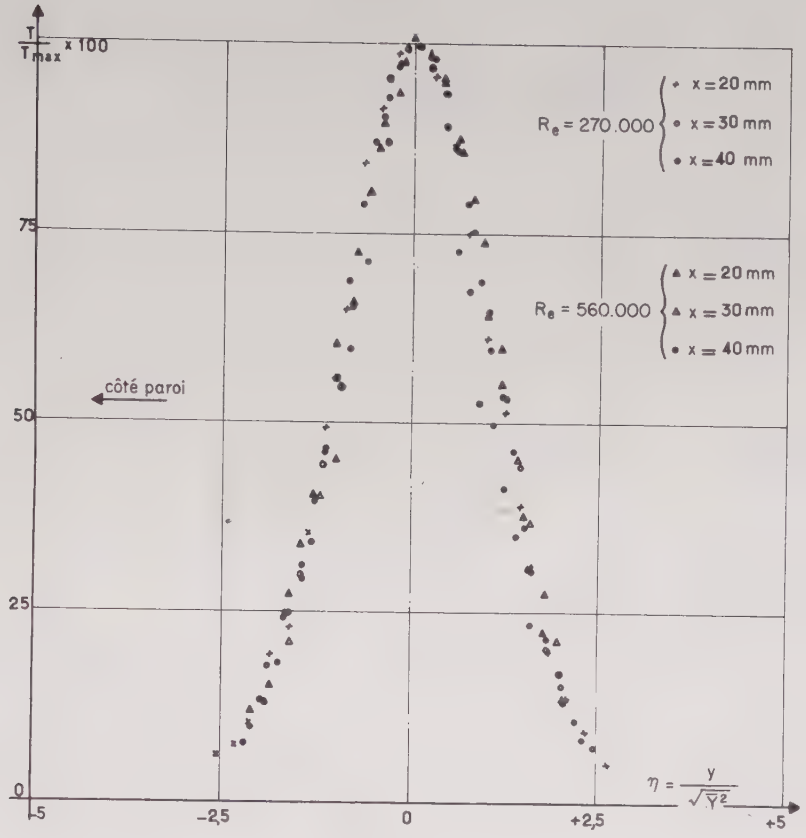


Figure 74

2 - On doit avoir : $\int_{-\infty}^{+\infty} T.\bar{U}_o \, dy = S$ = flux de chaleur par unité de temps et de longueur de la source :

Soit

$$\bar{T}_{max} . \bar{U}_o . L. \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) \, d\eta = S.$$

ou

$$\bar{T} = \bar{T}_{max} \, f(\eta) = \frac{S}{L \, \bar{U}_o \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) \, d\eta} \, f(\eta)$$

On calcule :

$$\frac{\delta \bar{T}}{\delta x} = - \left[\frac{\delta L}{\delta x} . \frac{1}{L} \right] \left[\frac{S}{\bar{U}_o L^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) \, d\eta} \right] \left[\frac{\delta f(\eta) . \eta}{\delta y} \right] . \qquad (2)$$

et :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\delta y} = \frac{S}{\bar{U}_o \; L^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) \; d\eta} \; f' \eta(\eta) \qquad (3)$$

Hypothèse

Considérons $\eta_o = y_o / L$ tel que $f'\eta(\eta_o) = 0$. On admet $\eta_o \ll 1$ (ce qui est toujours pratiquement réalisé).

Ainsi

$$\varepsilon h (\eta = \eta_o) \sim \varepsilon h (\eta = 0)$$

On a :

$$(a + \varepsilon h) = \frac{1}{\frac{\delta T}{\delta y}} \int_{y_o}^{y} \left(\bar{U}_o \frac{\delta T}{\delta x} \right) dy'$$

Pour $y = y_o$, il vient (en tenant compte de (2) et (3)):

$$a + \varepsilon h (y = 0) \sim a + \varepsilon h (y = 0) = + \bar{U}_o \frac{\delta L}{\delta x} \cdot L \frac{1}{f'' \eta (\eta_o)}$$

εh sera indépendant de x si $\delta L / \delta x . L = C^{te}$, soit $L = k \sqrt{x}$. Donc : si εh est indépendant de la distance à la source, on doit observer, au moins tant que les variations de la vitesse moyenne sont faibles à l'intérieur du sillage, une loi telle que :

$$L = k \sqrt{x} \qquad (4)$$

L étant une mesure de la largeur du sillage.

Il faut remarquer que la première hypothèse (vitesse moyenne du fluide uniforme à l'intérieur du sillage) n'est qu'une hypothèse simplifiant les calculs.

Si $\bar{U}$ n'est pas considéré comme uniforme, il reste néanmoins à écrire une condition pour que $\partial \varepsilon h / \partial x = 0$. Cette condition impose une loi de variation de L avec x ayant une forme bien déterminée. Cette forme dépend alors du champ de répartition des vitesses.

Références bibliographiques

[1] FORTIER A. (1954) - *Etude de la turbulence.* Cours professé à la Sorbonne.

[2] PRANDTL L. (1925) - *Z. angew. Math. u. Mech., 5,* 136.

[3] KARMAN Th. von (1930) - *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen Math.-Phys.,* Kl., 58.

[4] REICHART H. (1951) - Die Grundlagen des turbulenten Wärmeüberganges. *Arch. ges. Wärmetech.,* Heft 6/7, 129, *2.*

[5] DEISSLER R.G. (1955) - Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers. N.A.C.A, Report 2010.

[6] MARTINELLI R.C. (1947) - Heat transfer to molten metals. *Trans. ASME,* 947, *69.*

[7] NIJSING R. (1963) - Diffusional phenomena associated with transfer of momentum, heat and mass in turbulent pipe flow. European Atomic Energy Community. Euratom. Joint Nuclear Research Center. Ispra Establishment (Italy).

[8] SLEICHER C.A. (1958) - Experimental velocity and temperature profiles for air in turbulent flow in a pipe. *Trans. ASME* 693, *80.*

[9] CORCORAN W.H., PAGE F. Jr, SCHLINGER W.G. and SAGE B.H. (1952) - Temperature gradients in turbulent gas stream. *Industrial and Engineering Chemistry,* vol. 44, p. 410-430.

[10] LUDWIEG H. (1956) - Bestimmung des Verhaltnisses der Austauschkoeffizienten für Wärme und Impuls bei turbulenten Grenzschichten. *Zeitschrift für Flugwissenschaften,* vol. *4,* p. 73-81.

[11] BATCHELOR G.K. (1956) - In G.K. Batchelor and R.M. Daires (Eds) "Surveys in Mechanics" p. 352 et suivantes. Cambridge, *University Press,* London.

[12] TOWNSEND A.A. (1954) - The diffusion behind a line source in homogeneous turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London,* Series A, vol. 224, n° 1 159, p. 487 et suivantes.

[13] HINZE and VAN DER HEGGE ZIJNEN (1951) - Local transfer of heat in anisotropic turbulence. Inst. Mech. Engng, General discussion of heat transfer, p. 188 et suivantes.

[14] BALDWIN et WALSH (1961) - Turbulent diffusion in the core of fully developed pipe flow. *AIChE Journal,* vol. 7, n° 1, p. 53 et suivantes.

[15] BORY, GOSSE et PERETTI (1961) - Etude expérimentale de la diffusion au sein d'un écoulement turbulent (chaleur, matière, quantité de mouvement). *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air,* Note technique, n° 101.

[16] FAYET J. (1964) - Etude de la diffusion turbulente par anémométrie à fils chauds. Thèse 3ème cycle, Poitiers.

[17] BARAT (1965) - Thèse. Faculté des Sciences, Paris.

[18] ALEXANDER, BARON and COMINGS E.W. (1950) - Univ. Illinois, Eng. Exp. Sta., Technical Report n° 8.

[19] LAUFER J. (1954) - The structure of turbulence in fully developed pipe flow. National Bureau of Standards, Report 1 174.

[20] AMERICAN SOCIETY OF METALS - *Metals handbook*, vol. 1, Eigth Edition, (1961), p. 1 189 à 1 193, (Platinum and platinum alloys).

[21] HALL J.A. and BARBER C.R. (1964) - Calibration of temperature measuring instruments. Notes on Applied Science n° 12, *National Physical Laboratory*, Teddington (Middlesex).

[22] FORTIER A. (1960) - *Convection forcée*. Cours professé à la Sorbonne, p. 218 et suivantes.

[23] FORTIER A. (1963) - Sur les propriétés des écoulements turbulents définis par des conditions aux limites stationnaires. *La Houille Blanche*, n° 3, p. 241 et suivantes.

[24] FORTIER A. (1950) - Ecoulement à la vitesse critique à travers les orifices. Applications industrielles. *Chaleur et Industrie*, n° 299, p. 146 et suivantes.

[25] ROUSSELET R. (1950) - Ecoulement à la vitesse critique à travers les orifices. *Chaleur et Industrie*, n° 295, p. 40 et suivantes.

[26] SANDBORN (1955) - Experimental evaluation of momentum terms in turbulent pipe flow. NACA, Technical note n° 3 266.

[27] HINZE (1959) - Turbulence. *Mc Graw-Hill Book Company*.

[28] HILSENRATH (1955) - Tables of thermal properties of gases. U.S Department of Commerce, *National Bureau of Standards*, Circular 564.

[29] BATCHELOR G.K. (1964) - Diffusion from sources in a turbulent boundary layer. *Archiwum Mechaniki Stosowanej*, 3, 16.

[30] BOCQUILLON (1964) - Sur les propriétés mécaniques et thermiques des écoulements au voisinage des parois chauffées. *La Houille Blanche*, n° 3, mai-juin 1964.

[31] MAC ADAMS (1961) - Transmission de la chaleur. *Dunod*, éditeur.

[32] MILLIAT J.P. (1956) - Thèse. Faculté des Sciences, Grenoble.

[33] RODET E. (1960) - Etude de l'écoulement d'un fluide dans un tunnel prismatique de section trapézoïdale. *Publi. Scient. et Tech. du Ministère de l'Air*, n° 369.

[34] POREH M. and CERMAK J.E. (1964) - Study of diffusion from a line source in a turbulent boundary layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 7, p. 1 083-1 095.

Tableau 1

Coefficient α obtenu suivant la durée du décapage

R est la résistance de la sonde. T_1 et T_2 sont les températures des thermomètres à mercure de comparaison (numérotés 13 et 14 par le fabricant).

I - Décapage arrêté à vue (deux secondes)

Heure Date Température extérieure	T_1(13)	T_2(14)	R
26.11.64 11 h 20°	21,39°C	21,41°C	2,8217Ω
26.11.64 14 h 20°	25,50°C	25,50°C	2,8510Ω

II - Décapage arrêté après 30 s supplémentaires

Heure Date Température extérieure	T_1(13)	T_2(14)	R
30.11.64 10h 30 23°5	24,71°C	24,68°C	4,5618Ω
30.11.64 14h 23°5	22,69°C	22,68°C	4,5319Ω

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{moyen}} \times \frac{1}{\Delta T} = \frac{293.10^{-4}}{2,836} \times \frac{1}{4,10} = 2,5\ ‰$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{moyen}} \times \frac{1}{\Delta T} = \frac{299.10^{-4}}{4,5468} \times \frac{1}{2,00} = 3,3\ ‰$$

Tableaux 2 et 3

R = 270 000. Température d'essai = 20°C

y (mm)	Pression statique = 100 300 Pa			
	V (m/s) horizontal		V (m/s) vertical	
	Droite	Gauche	Bas	Haut
0,55	12,25		12,35	
1,05	14,25	14,15	14,25	14,30
2,05	15,15	15,20	15,25	15,30
3,05	15,90	15,90	16,10	16,10
4,05				
5,05	16,90	16,90	16,95	17,00
10,05	18,35	18,45	18,50	18,50
20,05	20,00	20,00	20,10	20,05
30,05	21,00	21,05	21,00	21,10
40,05	21,85	21,85	21,85	22,00
50,05	22,60	22,60	22,50	22,55
60,05	23,15	23,15	23,20	23,25
70,05	23,75	23,60	23,70	23,75
80,05	23,90	24,10	24,00	23,85
90,05	24,10	24,15	24,25	24,25
100,05	24,30	24,25	24,27	24,30

R = 560 000. Température d'essai = 18°C

Pression statique = 98 700 Pa			
V (m/s) horizontal		V (m/s) vertical	
Droite	Gauche	Bas	Haut
		26,90	
28,70	28,80	28,75	28,80
31,50	31,40	31,60	31,50
33,10	33,10	33,10	33,10
34,30	34,30	34,30	34,30
35,20	35,30	35,20	35,20
38,15	38,20	38,15	38,20
41,20	41,20	41,20	41,30
43,40	43,30	43,30	43,40
45,15	44,90	44,90	45,20
46,35	46,30	46,35	46,40
47,45	47,40	47,45	47,60
48,45	48,45	48,45	48,40
49,10	49,05	49,10	49,20
49,65	49,65	49,50	49,65
49,70	49,70	49,70	49,75

Tableau 4

Mesure avec papier-filtre légèrement encrassé

R_e = 560 000. Température d'essai = 20°C

Pression statique = 98 000 Pa

y (mm)	V (m/s) horizontal droite	V (m/s) horizontal gauche
0,5	27,7	
1,0	29,5	29,70
2	31,8	31,90
3	33,3	33,30
5	35,25	35,30
10	38,11	38,15
20	41,05	41,20
30	43,05	43,30
40	44,5	44,80
50	45,95	46,38
60	47,25	47,4
70	48,20	48,50
80	48,90	49,30
90	49,40	49,50
100	49,55	49,50

Tableau 5

R_e = 560 000

Distance à la source	T_{max} en degré Celsius	$\sqrt{\bar{Y}^2_{mes.}}$ (mm)	$T_{max} \times \sqrt{\bar{Y}^2_{mes.}}$
10 mm	0,87	0,333	0,290
20 mm	0,525	0,589	0,309
30 mm	0,39	0,794	0,309
40 mm	0,30	1,010	0,303
46,4 mm	0,245	1,18	0,289

R_e = 270 000

T_{max} en degré Celsius	$\sqrt{\bar{Y}^2_{mes.}}$ (mm)	$T_{max} \times \sqrt{\bar{Y}^2_{mes.}}$
1,50	0,407	0,61
0,88	0,616	0,54
0,735	0,862	0,63
0,585	1,105	0,65
0,505	1,240	0,63

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

"PHÉNOMÈNES D'ENTRÉE DYNAMIQUES ET THERMIQUES EN ÉCOULEMENT TURBULENT POUR UN TUBE LISSE".

Vu et approuvé :
Paris, le 24 mai 1966
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
Jean ROCHE